مرکز سنجش آموزش مدارس برتر

دوازدهم
ریاضی

آزمون شماره ۱۵
۲۸ خرداد ۱۴۰۴

پاسخنامه ریاضی ـ فیزیک

ردیف	نام درس	سرگروه	گروه طراحی و بازنگری (به ترتیب حروف الفبا)	ویراستاران
۱	حسابان		حسین شفیع‌زاده ـ مهرداد کیوان	ابوالفضل فروغی ـ مهدیار شریف
۲	هندسه	مهریار راشدی	امیرحسین ابومحبوب ـ احمدرضا فلاح حسن محمدبیگی	داریوش امیری ـ مهدیار شریف
۳	گسسته		رضا توکلی	ابوالفضل فروغی ـ مهدیار شریف
۴	فیزیک		جواد قزوینیان	محمدرضا خادمی ـ مهدیار شریف
۵	شیمی	مسعود جعفری	محمد عظیمیان زواره	کارو محمدی ـ پرهام امیری

واحد فنی (به ترتیب حروف الفبا)
زهرا احدی ـ امیرعلی الماسی ـ مبینا بهرامی ـ معین‌الدین تقی‌زاده ـ پریا رحیمی ـ مهرداد شمسی ـ راضیه صالحی ـ انسیه مرزبان

برای اطلاع از اخبار مرکز سنجش آموزش مدارس برتر، به کانال تلگرام @taraaznet مراجعه نمایید.

حسابان

۱. گزینه ۴ صحیح است.

$$\begin{cases} a+aq+aq^۲=۱۲ \\ aq^۳=۳۶+a \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a(۱+q+q^۲)=۱۲ \\ a(q-۱)(q^۲+q+۱)=۳۶ \end{cases}$$

تقسیم: $q-۱=۳ \Rightarrow q=۴ \Rightarrow a=\frac{۱۲}{۲۱}=\frac{۴}{۷}$

۲. گزینه ۲ صحیح است.

به توان ۲ می‌رسانیم:

$$A^۲=۸+۲\sqrt{۱۶-(۱۰+۲\sqrt{۵})}=۸+۲\sqrt{۶-۲\sqrt{۵}}$$
$$=۸+۲\sqrt{(\sqrt{۵}-۱)^۲}=۸+۲(\sqrt{۵}-۱)$$
$$=۶+۲\sqrt{۵}$$

۳. گزینه ۳ صحیح است.

$$\frac{۱}{\alpha}+\frac{۱}{\beta}=\frac{S}{P}=-\frac{۱}{۳}$$

۴. گزینه ۲ صحیح است.

۱) $x_S=-\frac{a-۲}{۲}$

$$x_S>۰ \Rightarrow a-۲<۰ \Rightarrow a<۲$$

۲) $y_S=-\frac{(a-۲)^۲-۴a}{۴}=-\frac{a^۲-۸a+۴}{۴}$

$$y_S>۰ \Rightarrow a^۲-۸a+۴<۰ \Rightarrow ۴-\sqrt{۱۲}<a<۴+\sqrt{۱۲}$$

بنابراین $۲<a<۴-\sqrt{۱۲}$ است. فقط $a=۱$ قابل قبول است.

۵. گزینه ۲ صحیح است.

$$\frac{۱}{۲}<\frac{x+۲}{۲x-۱}<۲ \Rightarrow \begin{cases} \frac{x+۲}{۲x-۱}>\frac{۱}{۲} \Rightarrow \frac{۵}{۲(۲x-۱)}>۰ \\ \frac{x+۲}{۲x-۱}<۲ \Rightarrow \frac{-۳x+۴}{۲x-۱}<۰ \end{cases}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} ۲x-۱>۰ \\ -۳x+۴<۰ \end{cases} \Rightarrow x>\frac{۴}{۳} \Rightarrow b=\frac{۴}{۳} \Rightarrow [-۲b]=-۳$$

۶. گزینه ۲ صحیح است.

جرم باقیمانده بعد از n سال $=(۰/۹۰)^n \times ۳۹$

$$\Rightarrow (۰/۹۰)^n \times ۳۹=۱۳ \Rightarrow (۰/۹)^n=\frac{۱}{۳} \Rightarrow n\log(۰/۹)=\log\frac{۱}{۳}$$

$$\Rightarrow n=\frac{-\log ۳}{\log ۰/۹}=\frac{-\log ۳}{۲\log ۳-۱}=\frac{-۰/۴۸}{۰/۹۶-۱}=\frac{۰/۴۸}{۰/۰۴}=۱۲$$

۷. گزینه ۴ صحیح است.

$$f(x)=(\sqrt{x}+۲)^۲+۴ \Rightarrow R_f=[۸\ ,\ +\infty)=D_{f^{-۱}}$$

قرینه نسبت به $y=x$ همان وارون تابع است.

$$x=(\sqrt{y}+۲)^۲+۴ \Rightarrow (\sqrt{y}+۲)^۲=x-۴$$
$$\Rightarrow \sqrt{y}+۲=\sqrt{x-۴} \Rightarrow y=(\sqrt{x-۴}-۲)^۲$$
$$(\sqrt{x-۴}-۲)^۲+k=x \Rightarrow x-۴+۴-۴\sqrt{x-۴}+k=x$$
$$\Rightarrow k=۴\sqrt{x-۴} \xrightarrow{x\geq ۸} k\geq ۸$$

۸. گزینه ۱ صحیح است.

$$y=\frac{x}{۴}+۱-\sqrt{x}=\frac{x+۴-۴\sqrt{x}}{۴}=\frac{(\sqrt{x}-۲)^۲}{۴}$$
$$\xrightarrow{x\geq ۴} \sqrt{x}-۲=۲\sqrt{y} \Rightarrow x=(۲\sqrt{y}+۲)^۲$$
$$\Rightarrow x=۴y+۸\sqrt{y}+۴ \Rightarrow f^{-۱}(x)=۴+۴x+۸\sqrt{x}$$

پس $a=۴$ و $b=۶۴$ و $\frac{b}{a}=۱۶$ است.

روش دوم:

$$(۴\ ,\ ۰)\in f \Rightarrow (۰\ ,\ ۴)\in f^{-۱} \Rightarrow ۴=a+۰+۰ \Rightarrow a=۴$$
$$(۱۶\ ,\ ۱)\in f \Rightarrow (۱\ ,\ ۱۶)\in f^{-۱} \Rightarrow ۱۶=۴+۴\times ۱+\sqrt{b} \Rightarrow b=۶۴$$

۹. گزینه ۱ صحیح است.

$$\frac{\sin x+\cos x}{\sin x-\cos x}=\frac{\tan x+۱}{\tan x-۱}=-\tan(\frac{\pi}{۴}+x)$$
$$=-\tan(\frac{\pi}{۴}+\frac{۵\pi}{۱۲})=-\tan\frac{۲\pi}{۳}=\sqrt{۳}$$

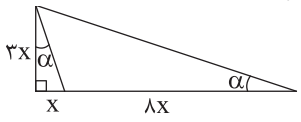
راه دوم:

$$A=\frac{\sin x+\cos x}{\sin x-\cos x} \Rightarrow A^۲=\frac{۱+\sin ۲x}{۱-\sin ۲x} \xrightarrow{x=۷۵^\circ} \frac{۱+\frac{۹}{۲}}{۱-\frac{۱}{۲}}=۳$$
$$\xrightarrow{A>۰} A=\sqrt{۳}$$

۱۰. گزینه ۲ صحیح است.

$$\tan\alpha=\frac{۱}{۳}$$

شکل مثلث به صورت زیر خواهد بود:



$$\Rightarrow ۸x=۱۲ \Rightarrow x=\frac{۳}{۲}$$
$$S_{\Delta ADC}=\frac{۱}{۲}\times ۳x\times ۸x=\frac{۱}{۲}\times\frac{۹}{۲}\times ۱۲=۲۷$$

۱۱. گزینه ۳ صحیح است.

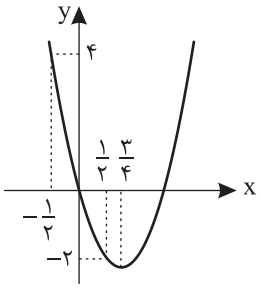
$$\sin ۳x=\cos(\frac{\pi}{۲}-\frac{x}{۲}) \Rightarrow \sin ۳x=\sin\frac{x}{۲}$$
$$۳x=۲k\pi+\frac{x}{۲} \Rightarrow \frac{۵x}{۲}=۲k\pi \Rightarrow k=۱ \Rightarrow x=\frac{۴\pi}{۵}$$
$$۳x=۲k\pi+\pi-\frac{x}{۲} \Rightarrow \frac{۷x}{۲}=۲k\pi+\pi$$
$$k=۰ \Rightarrow x=\frac{۲\pi}{۷}$$
$$k=۱ \Rightarrow x=\frac{۶\pi}{۷}$$

پس در این بازه، ۳ جواب دارد.

۱۲. گزینه ۱ صحیح است.

$$\lim_{x\to ۰^-}\frac{(\sqrt{a+x}-\sqrt{a-x})(\sqrt{a+x})+(\sqrt{a-x})\sqrt{۱+\sqrt{۱-x^۲}}}{\sqrt{۱-\sqrt{۱-x^۲}}\sqrt{۱+\sqrt{۱-x^۲}}\ (\sqrt{a+x}+\sqrt{a-x})}$$
$$=\lim_{x\to ۰^-}\frac{(a+x-a+x)\times\sqrt{۲}}{\sqrt{۱-۱+x^۲}\times ۲\sqrt{a}}$$
$$=\lim_{x\to ۰^-}\frac{۲\sqrt{۲x}}{-۲\sqrt{a}x}=-\sqrt{\frac{۲}{a}}=\frac{-۱}{\sqrt{۲}} \Rightarrow a=۴$$

۱۳. گزینه ۳ صحیح است.



$$\lim_{x\to\frac{۱}{۲}^+} f(x) = [-۲^-] = -۳$$

$$\lim_{x\to-\frac{۱}{۲}^-} f(x) = [۴^+] = ۴$$

جواب $= -۳ - ۴ = -۷$

۱۴. گزینه ۳ صحیح است.

$$f(x) = -ax + a \Rightarrow f^{-۱}(x) = \frac{-۱}{a}x + ۱$$

$$g(x) = \frac{a}{۲}x + a \Rightarrow g^{-۱}(x) = \frac{۲}{a}x - ۲$$

$$\lim_{x\to+\infty} \frac{-ax + a + \frac{۲}{a}x - ۲}{\frac{a}{۲}x + a - \frac{۱}{a}x + ۱} = \frac{\frac{۲}{a} - a}{\frac{a}{۲} - \frac{۱}{a}} = \frac{۴ - ۲a^۲}{a^۲ - ۲}$$

$$= \frac{-۲(a^۲ - ۲)}{a^۲ - ۲} = -۲$$

۱۵. گزینه ۲ صحیح است.

۱) شرط پیوستگی : $\lim_{x\to c} f(x) = f(c)$

$$\Rightarrow a\sin c + b = \tan c \Rightarrow a = \frac{\tan c - b}{\sin c}$$

۲) $$f'(x) = \begin{cases} a\cos x & x < c \\ ۱ + \tan^۲ x & x \geq c \end{cases}$$

$$\Rightarrow a\cos c = ۱ + \tan^۲ c = \frac{۱}{\cos^۲ c} \Rightarrow a = \frac{۱}{\cos^۳ c}$$

نتیجهٔ دو رابطهٔ ۱ و ۲ را مساوی هم قرار می‌دهیم:

$$\frac{۱}{\cos^۳ c} = \frac{\tan c - b}{\sin c} \Rightarrow \sin c = \sin c\cos^۲ c - b\cos^۳ c$$

$$\Rightarrow \sin c(۱ - \cos^۲ c) = -b\cos^۳ c \Rightarrow b\cot^۳ c = -۱$$

۱۶. گزینه ۲ صحیح است.

$$\begin{cases} A(۲\ ,\ ۴) & \text{نقطهٔ تماس} \\ B(x\ ,\ x) & \text{نقطهٔ روی نیمساز} \end{cases}$$

$$f'(x) = \frac{-۲}{(x-۱)^۲} \Rightarrow f'(۲) = -۲$$

$$m = -۲ = \frac{y_A - y_B}{x_A - x_B} = \frac{۴ - x}{۲ - x} \Rightarrow x = \frac{۸}{۳}$$

۱۷. گزینه ۳ صحیح است.

یکی از نقاط بحرانی، ریشه زیر رادیکال است. یعنی $x = ۲$ پس $f(۲) = ۴$.

$$x < ۰ \Rightarrow f(x) = ۲x + x\sqrt{۴ + x^۲}$$

$$f'(x) = ۲ + \sqrt{۴ + x^۲} + \frac{x^۲}{\sqrt{۴ + x^۲}}$$

f' همواره مثبت است و f نقطهٔ بحرانی ندارد.

$$x \geq ۰ \Rightarrow f(x) = ۲x + x\sqrt{۴ - x^۲}$$

$$f'(x) = ۲ + \sqrt{۴ - x^۲} - \frac{x^۲}{\sqrt{۴ - x^۲}}$$

$$f' = ۰ \Rightarrow -۲ = \frac{۴ - ۲x^۲}{\sqrt{۴ - x^۲}}$$

$$x^۲ = t \Rightarrow ۴ = \frac{۱۶ - ۱۶t + ۴t^۲}{۴ - t} \Rightarrow ۴ - t = t^۲ - ۴t + ۴$$

$$\Rightarrow \begin{cases} t = ۰ \Rightarrow x = ۰ & \text{غ‌ق‌ق} \\ t = ۳ \Rightarrow x = \sqrt{۳} \Rightarrow f(\sqrt{۳}) = ۳\sqrt{۳} \end{cases}$$

پس $\max = ۳\sqrt{۳}$ است.

۱۸. گزینه ۱ صحیح است.

خط $x = -۱$ مجانب قائم است.

$$f'(x) = \frac{(۲x-۲)(x+۱)^۲ - ۲(x+۱)(x^۲ - ۲x)}{(x+۱)^۴}$$

$$= \frac{۲(x^۲ - ۱) - ۲x^۲ + ۴x}{(x+۱)^۳} = \frac{۴x - ۲}{(x+۱)^۳}$$

$$f'(x) = ۰ \Rightarrow x = \frac{۱}{۲} \Rightarrow x = -۱ \text{ فاصله از خط} = \frac{۳}{۲}$$

هندسه

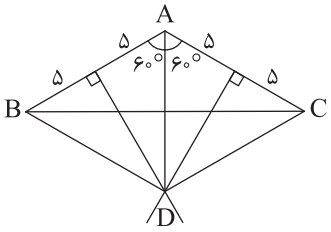
۱۹. گزینه ۱ صحیح است.

نقطهٔ تلاقی عمودمنصف‌های مثلث از سه رأس آن به یک فاصله است پس $AD = DB$. از طرف دیگر مثلث $\overset{\Delta}{ABC}$ متساوی‌الساقین است پس AD نیمساز زاویهٔ $\hat{A}$ است.

بنابراین مثلث $\overset{\Delta}{ABD}$ متساوی‌الاضلاع است.

در نتیجه:

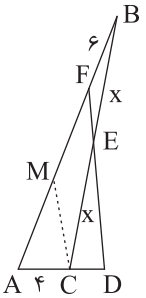
$$S_{\overset{\Delta}{ABD}} = \frac{\sqrt{۳}}{۴}AD^۲ = \frac{\sqrt{۳}}{۴}(۱۰)^۲ = ۲۵\sqrt{۳}$$



(هندسه دهم، صفحهٔ ۱۹)

۲۰. گزینه ۴ صحیح است.

از نقطهٔ C خط CM را موازی با DF رسم می‌کنیم. با استفاده از قضیهٔ تالس می‌نویسیم:



$$\overset{\Delta}{BMC} : MC \parallel EF \Rightarrow \frac{BF}{FM} = \frac{BE}{EC} \Rightarrow \frac{۶}{FM} = \frac{x}{x}$$

$$\Rightarrow FM = ۶ \Rightarrow AM = AF - FM = ۱۵ - ۶ = ۹$$

بنابراین:

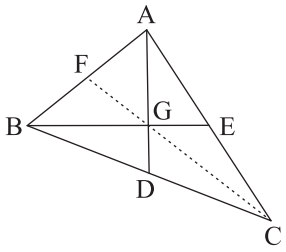
$$\overset{\Delta}{AFD}: MC \parallel FD \xrightarrow{\text{تالس}} \frac{AM}{MF} = \frac{AC}{CD} \Rightarrow \frac{۹}{۶} = \frac{۴}{CD}$$

$$\Rightarrow CD = \frac{۸}{۳}$$

(هندسه دهم، صفحهٔ ۳۵)

۲۱. گزینه ۴ صحیح است.

AD و BE میانه‌های مثلث ABC هستند، پس G نقطهٔ همرسی میانه‌های این مثلث است. می‌دانیم از برخورد میانه‌های هر مثلث، ۶ مثلث هم‌مساحت ایجاد می‌شود. پس در صورتی که میانهٔ CF را رسم کنیم، آنگاه داریم:



$$S_{CDGE} = ۲(\frac{۱}{۶}S_{\overset{\Delta}{ABC}}) = ۱۲ \Rightarrow \frac{۱}{۶}S_{\overset{\Delta}{ABC}} = ۶ \Rightarrow S_{\overset{\Delta}{AGE}} = ۶$$

از طرفی میانه‌های هر مثلث، یکدیگر را به نسبت ۲ به ۱ قطع می‌کنند، بنابراین:

$$AG = ۲GD = ۴$$

$$S_{\overset{\Delta}{AGE}} = \frac{۱}{۲}AG \times GE \Rightarrow ۶ = \frac{۱}{۲} \times ۴ \times GE \Rightarrow GE = ۳$$

$$\Rightarrow BG = ۲ \times ۳ = ۶$$

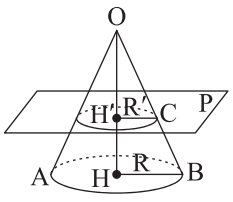
حال طبق قضیهٔ فیثاغورس در مثلث $\overset{\Delta}{AGB}$ داریم:

$$AB^۲ = AG^۲ + BG^۲ = ۴^۲ + ۶^۲ = ۵۲ = ۴ \times ۱۳ \Rightarrow AB = ۲\sqrt{۱۳}$$

(هندسه دهم، صفحه‌های ۶۶ و ۶۷)

۲۲. گزینه ۱ صحیح است.

صفحهٔ P مخروط دوار مقابل را در یک دایره به مرکز H' برش می‌دهد. به طوری‌که حجم مخروط کوچک‌تر با حجم مخروط ناقص ایجاد شده برابر است. پس حجم مخروط کوچک $\frac{۱}{۲}$ حجم مخروط اولیه است.



بنابراین:

$$\frac{\text{حجم مخروط کوچک}}{\text{حجم مخروط اولیه}} = \frac{۱}{۲} \Rightarrow \frac{\frac{۱}{۳}\pi R'^۲ \times OH'}{\frac{۱}{۳}\pi R^۲ \times OH} = \frac{۱}{۲}$$

$$\Rightarrow \frac{R'^۲ \times OH'}{R^۲ \times OH} = \frac{۱}{۲} \quad (۱)$$

از طرف دیگر:

$$\overset{\Delta}{OBH}: H'C \parallel HB \Rightarrow \frac{OH'}{OH} = \frac{R'}{R} \Rightarrow \frac{OH'^۲}{OH^۲} = \frac{R'^۲}{R^۲} \quad (۲)$$

$$(۲)\ ,\ (۱) \text{ از } \Rightarrow \frac{OH'^۳}{OH^۳} = \frac{۱}{۲} \Rightarrow \frac{OH'}{OH} = \frac{۱}{\sqrt[۳]{۲}}$$

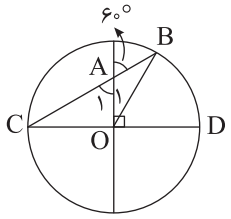
$$\xrightarrow{\text{تفضیل از صورت}} \frac{OH - OH'}{OH} = \frac{\sqrt[۳]{۲} - ۱}{\sqrt[۳]{۲}}$$

$$\Rightarrow \frac{HH'}{OH} = \frac{\sqrt[۳]{۲} - ۱}{\sqrt[۳]{۲}} \times \frac{\sqrt[۳]{۴}}{\sqrt[۳]{۴}} = \frac{۲ - \sqrt[۳]{۴}}{۲}$$

(هندسه دهم، صفحهٔ ۹۲)

۲۳. گزینه ۱ صحیح است.

از مرکز O به B وصل می‌کنیم. در این صورت داریم:



$$\overset{\Delta}{OAC}: \hat{A}_۱ = ۶۰^\circ \Rightarrow \hat{C} = ۳۰^\circ \Rightarrow \tan ۳۰^\circ = \frac{OA}{OC}$$

$$\Rightarrow \frac{\sqrt{۳}}{۳} = \frac{OA}{\sqrt{۳}} \Rightarrow OA = ۱$$

$$\left.\begin{array}{l} \overset{\Delta}{OBC}: OB = OC \Rightarrow \hat{B} = \hat{C} = ۳۰^\circ \\ \overset{\Delta}{OAB}: ۶۰^\circ = \hat{B} + \hat{O}_۱ \xrightarrow{\hat{B}=۳۰^\circ} \hat{O}_۱ = ۳۰^\circ \end{array}\right\}$$

$$\Rightarrow \hat{B} = \hat{O}_۱ \Rightarrow OA = AB$$

بنابراین:

$$AB = ۱$$

(هندسه یازدهم، صفحهٔ ۱۲)

۲۴. گزینه ۳ صحیح است.

الف) نادرست، ترکیب چند انتقال، انتقالی است که بردار آن برابر با مجموع بردارهای انتقال است.

ب) درست، ترکیب دو تقارن محوری با محورهای متقاطع، یک دوران است (زاویهٔ دوران، دو برابر زاویهٔ بین دو محور است). بنابراین ترکیب دو تقارن محوری با محورهای عمود بر هم یک دوران ۱۸۰° یا تجانس با نسبت $k = -۱$ است.

ج) درست، در دوران با زاویهٔ ۹۰° و بازتاب نسبت به خط وقتی که خط d با محور بازتاب زاویهٔ ۴۵° بسازد، تصویر خط d بر d عمود است اما در انتقال و تجانس تبدیل‌یافتهٔ خط d با d موازی است.

گزاره‌های (ب)، (ج) و (د) درست هستند.

(هندسه یازدهم، صفحه‌های ۳۷ تا ۳۹، ۴۱ تا ۴۳ و ۴۸)

۲۵. گزینه ۴ صحیح است.

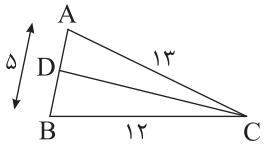
فرض کنیم در مثلث $\overset{\Delta}{ABC}$ داشته باشیم $AB = ۵$ ، $AC = ۱۳$ و $\tan \hat{A} = ۲/۴ = \frac{۱۲}{۵}$.

بنابراین:

$$\cos^۲ \hat{A} = \frac{۱}{۱ + \tan^۲ \hat{A}}$$

$$\Rightarrow \cos^۲ \hat{A} = \frac{۱}{۱ + (\frac{۱۲}{۵})^۲} = \frac{۱}{۱ + \frac{۱۴۴}{۲۵}} = \frac{۲۵}{۱۶۹} \Rightarrow \cos \hat{A} = \frac{۵}{۱۳}$$

$\cos\hat{A} = \frac{AB}{AC}$، در نتیجه مثلث $\overset{\Delta}{ABC}$ قائم‌الزاویه است و AC وتر این مثلث است؛ یعنی $\hat{B} = ۹۰^\circ$ پس $BC = ۱۲$.



در نتیجه زاویهٔ $\hat{C}$ کوچک‌ترین زاویهٔ مثلث $\overset{\Delta}{ABC}$ است. اکنون نیمساز زاویهٔ $\hat{C}$ را رسم می‌کنیم تا ضلع AB را در نقطهٔ D قطع کند. با استفاده از قضیهٔ نیمساز می‌نویسیم:

$$CD \text{ نیمساز} \Rightarrow \frac{AD}{DB} = \frac{AC}{BC} = \frac{۱۳}{۱۲} \xrightarrow[\text{در صورت}]{\text{ترکیب}} \frac{AB}{DB} = \frac{۲۵}{۱۲} \quad (۱)$$

پس مساحت مثلث $\overset{\Delta}{BDC}$ کمتر از مساحت مثلث $\overset{\Delta}{ADC}$ است. از طرف دیگر دو مثلث $\overset{\Delta}{BDC}$ و $\overset{\Delta}{ABC}$ هم‌ارتفاع از رأس C هستند.

در نتیجه:

$$\frac{S_{\overset{\Delta}{BDC}}}{S_{\overset{\Delta}{ABC}}} = \frac{BD}{AB} \xrightarrow{\text{از (۱)}} \frac{S_{\overset{\Delta}{BDC}}}{S_{\overset{\Delta}{ABC}}} = \frac{۱۲}{۲۵} = \frac{۴۸}{۱۰۰}$$

(هندسه یازدهم، صفحهٔ ۷۰)

۲۶. گزینه ۱ صحیح است.

با توجه به اینکه برای دو ماتریس A و B، اتحاد $(A-B)^۲ = A^۲ - ۲AB + B^۲$ برقرار است، دو ماتریس A و B تعویض‌پذیر بوده و $A\times B = B\times A$ است.

$$A^{-۱}\times(B\times A)(B-A)\times B^{-۱} = A^{-۱}\times(A\times B)(B-A)\times B^{-۱}$$

$$= \underbrace{(A^{-۱}\times A)}_{I}\times B(B-A)\times B^{-۱}$$

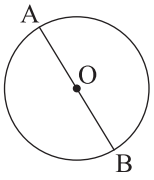
$$= (B^۲ - BA)\times B^{-۱} = (B^۲ - AB)\times B^{-۱}$$

$$= (B-A)\times \underbrace{B\times B^{-۱}}_{I} = B - A$$

(هندسه دوازدهم، صفحه‌های ۲۱ و ۲۲)

۲۷. گزینه ۱ صحیح است.

کوچک‌ترین دایرهٔ گذرا بر دو نقطهٔ A و B، دایره‌ای است که AB قطری از آن باشد. اگر مرکز و شعاع این دایره به ترتیب O و R باشند، آنگاه داریم:



$$O = \frac{A+B}{۲} = (۱\ ,\ ۰)$$

$$۲R = AB = \sqrt{(۴+۲)^۲ + (-۴-۴)^۲} = \sqrt{۱۰۰} = ۱۰ \Rightarrow R = ۵$$

اگر مرکز و شعاع دایرهٔ $x^۲ + y^۲ + ۱۰x + m = ۰$ را به ترتیب با O' و R' نمایش دهیم، آنگاه:

$$O'(-۵\ ,\ ۰)$$

$$R' = \frac{۱}{۲}\sqrt{۱۰^۲ - ۴m} = \frac{۱}{۲}\sqrt{۴(۲۵-m)} = \sqrt{۲۵-m}$$

$$OO' = |-۵-۱| = ۶$$

دو دایره مماس خارج‌اند، بنابراین داریم:

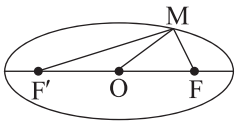
$$OO' = R + R' \Rightarrow ۶ = ۵ + R' \Rightarrow R' = ۱ \Rightarrow \sqrt{۲۵-m} = ۱$$

$$\Rightarrow m = ۲۴$$

(هندسه دوازدهم، صفحه‌های ۴۰ تا ۴۶)

۲۸. گزینه ۳ صحیح است.

مطابق شکل و طبق قضیهٔ میانه‌ها در مثلث $\overset{\Delta}{MFF'}$ داریم:



$$MF^۲ + MF'^۲ = ۲MO^۲ + \frac{FF'^۲}{۲} \Rightarrow ۳^۲ + ۷^۲ = ۲(۲\sqrt{۵})^۲ + \frac{(۲c)^۲}{۲}$$

$$\Rightarrow ۲c^۲ = ۱۸ \Rightarrow c^۲ = ۹ \Rightarrow c = ۳$$

از طرفی داریم:

$$۲a = MF + MF' = ۳ + ۷ = ۱۰ \Rightarrow a = ۵$$

طبق رابطهٔ بین پارامترهای a، b و c می‌توان نوشت:

$$a^۲ = b^۲ + c^۲ \Rightarrow ۵^۲ = b^۲ + ۳^۲ \Rightarrow b^۲ = ۱۶ \Rightarrow b = ۴$$

طول قطر کوچک بیضی $= ۲b = ۸$

(هندسه دوازدهم، صفحه‌های ۴۷ و ۴۸)

۲۹. گزینه ۱ صحیح است.

اندازهٔ تصویر قائم $\vec{a}$ روی $\vec{b}$ برابر $\frac{\vec{a}.\vec{b}}{|\vec{b}|}$ است.

پس ابتدا مقدار $\vec{a}.\vec{b}$ را به صورت زیر به دست می‌آوریم.

$$\vec{a}+\vec{b}+\vec{c} = \vec{o} \Rightarrow \vec{a}+\vec{b} = -\vec{c} \Rightarrow (\vec{a}+\vec{b}).(\vec{a}+\vec{b}) = (-\vec{c}).(-\vec{c})$$

$$\Rightarrow |\vec{a}|^۲ + |\vec{b}|^۲ + ۲\vec{a}.\vec{b} = |\vec{c}|^۲ \Rightarrow ۴ + ۹ + ۲\vec{a}.\vec{b} = ۱۶ \Rightarrow \vec{a}.\vec{b} = \frac{۳}{۲}$$

بنابراین:

$$|\vec{a'}| = \frac{\vec{a}.\vec{b}}{|\vec{b}|} = \frac{\frac{۳}{۲}}{۳} = \frac{۱}{۲}$$

(هندسه دوازدهم، صفحهٔ ۸۰)

۳۰. گزینه ۱ صحیح است.

مثلثی که رئوس آن وسط اضلاع مثلث $\overset{\Delta}{ABC}$ است با مثلث $\overset{\Delta}{ABC}$ با نسبت $\frac{۱}{۲}$ متشابه است. پس مساحت مثلث $\overset{\Delta}{ABC}$ چهار برابر این مثلث است. یعنی $S_{\overset{\Delta}{ABC}} = ۴\times ۲ = ۸$.

اکنون مساحت مثلث $\overset{\Delta}{ABC}$ را به کمک ضرب خارجی به دست می‌آوریم.

$$\overrightarrow{AB} = B - A = (۰ , -۲b , ۲)$$

$$\overrightarrow{AC} = C - A = (۰ , -۲-b , -۲)$$

$$\overrightarrow{AB}\times\overrightarrow{AC} = \begin{vmatrix} i & j & k \\ ۰ & -۲b & ۲ \\ ۰ & -۲-b & -۲ \end{vmatrix} = (۴b+۴+۲b)\vec{i} = (۶b+۴)\vec{i}$$

$$S_{\overset{\Delta}{ABC}} = \frac{۱}{۲}|\overrightarrow{AB}\times\overrightarrow{AC}| = \frac{۱}{۲}|۶b+۴| = |۳b+۲| \Rightarrow |۳b+۲| = ۸$$

$$۳b+۲ = ۸ \Rightarrow b = ۲ \Rightarrow \overrightarrow{AC} = (۰ , -۲-b , -۲)$$

$$= (۰ , -۴ , -۲) \Rightarrow |\overrightarrow{AC}| = \sqrt{۲۰} = ۲\sqrt{۵}$$

$$۳b+۲ = -۸ \Rightarrow b = -\frac{۱۰}{۳} \Rightarrow \overrightarrow{AC} = (۰ , -۲+\frac{۱۰}{۳} , -۲)$$

$$= (۰ , \frac{۴}{۳} , -۲) \Rightarrow |\overrightarrow{AC}| = \sqrt{\frac{۱۶}{۹}+۴} = \frac{\sqrt{۵۲}}{۳}$$

(هندسه دوازدهم، صفحهٔ ۸۱)

ریاضیات گسسته

۳۱. گزینه ۲ صحیح است.

می‌دانیم $q \sim$ درست و $p \wedge \sim r \sim$ نادرست است. پس q نادرست و $p \vee r$ درست می‌باشد. پس $p \vee q \equiv p$ و $q \vee r \equiv r$ می‌باشد.

پس داریم:

$$((p \vee q) \wedge r) \Rightarrow (q \vee r) \equiv p \wedge r \Rightarrow r \equiv \sim (p \wedge r) \vee r$$

$$\equiv \sim p \vee \sim \underbrace{r \vee r}_{\text{درست}} \equiv \text{همواره درست}$$

(آمار و احتمال یازدهم، صفحه‌های ۱ و ۱۰)

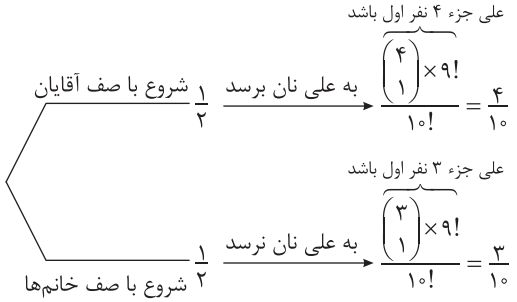
۳۲. گزینه ۴ صحیح است.

مجموعه به صورت $\{۲^{۰} , ۲^{۱} , ۲^{۲} , ۲^{۳} , \dots , ۲^{۱۰}\}$ می‌باشد. می‌دانیم عددی مربع کامل است که در تجزیهٔ عوامل اول توان‌ها زوج باشند. پس کافی است تعداد زیرمجموعه‌های مجموعهٔ $\{۱ , ۲ , ۳ , \dots , ۱۰\}$ را محاسبه کنیم. جمع اعضایش زوج باشد. این مجموعه $۲^{۱۰}$ زیرمجموعه دارد که نصف آنها جمع اعضایش زوج است.

پس $\frac{۲^{۱۰}}{۲} = ۵۱۲$ زیرمجموعه دارد اما چون باید غیرتهی باشد ۵۱۱ جواب است.

(آمار و احتمال یازدهم، صفحه‌های ۱۶ و ۱۸)

۳۳. گزینه ۲ صحیح است.



$$\Rightarrow P = \frac{۱}{۲}\times\frac{۴}{۱۰} + \frac{۱}{۲}\times\frac{۳}{۱۰} = \frac{۷}{۲۰} = ۰/۳۵$$

(آمار و احتمال یازدهم، صفحه‌های ۴۸ و ۶۳)

۳۴. گزینه ۱ صحیح است.

فرض کنید $P(A \cap B) = x$ باشد.

$$P(A \mid B) + P(B \mid A) = \frac{x}{P(A)} + \frac{x}{P(B)} = ۱/۴ \Rightarrow \frac{x}{۰/۳} + \frac{x}{۰/۴} = ۱/۴$$

$$x = ۰/۲۴$$

$$P(A' \mid B') = \frac{P(A' \cap B')}{P(B')} = \frac{۱-P(A)-P(B)+P(A \cap B)}{۱-P(B)}$$

$$= \frac{۱-۰/۴-۰/۳+۰/۲۴}{۰/۷} = \frac{۲۷}{۳۵}$$

(آمار و احتمال یازدهم، صفحه‌های ۴۸ و ۵۵)

۳۵. گزینه ۱ صحیح است.

فرض کنید میانگین و واریانس a , a , b , b , c به ترتیب $\bar{X}$ و $\sigma^۲$ باشد.

$$\sigma^۲ = \frac{a^۲+a^۲+b^۲+b^۲+c^۲}{۵} - (\bar{X})^۲$$

دقت کنید میانگین $a+۱ , a-۱ , b+۲ , b-۲ , c$ همان $\bar{X}$ است. حال واریانس آنها $(\sigma_۱^۲)$ را محاسبه می‌کنیم:

$$\sigma_۱^۲ = \frac{(a+۱)^۲+(a-۱)^۲+(b+۲)^۲+(b-۲)^۲+c^۲}{۵} - (\bar{X})^۲$$

$$= \frac{a^۲+a^۲+b^۲+b^۲+c^۲+۱۰}{۵} - (\bar{X})^۲ = \sigma^۲ + ۲$$

طبق فرض داریم:

$$\frac{\sqrt{\sigma^۲+۲}}{\bar{X}} = ۲\frac{\sigma}{\bar{X}} \Rightarrow \sqrt{\sigma^۲+۲} = ۲\sigma \Rightarrow \sigma^۲+۲ = ۴\sigma^۲$$

$$\Rightarrow \sigma^۲ = \frac{۲}{۳} , \sigma_۱^۲ = \frac{۸}{۳}$$

دقت کنید واریانس $a+۲ , a-۲ , b+۱ , b-۱ , c$ با واریانس $a+۱ , a-۱ , b+۲ , b-۲ , c$ برابر است.

(آمار و احتمال یازدهم، صفحه‌های ۸۷ و ۹۶)

۳۶. گزینه ۱ صحیح است.

می‌دانیم $-۳ \overset{۱۳}{\equiv} ۲۳$ و $۹- \overset{۱۳}{\equiv} ۱۷$ می‌باشد.

پس داریم:

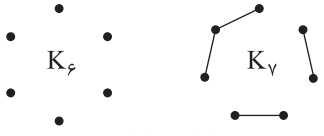
$$-۳x \overset{۱۳}{\equiv} -۹ \Rightarrow x \overset{۱۳}{\equiv} ۳ \Rightarrow x = ۱۳q+۳$$

چون x دو رقمی است، پس $q = ۱ , ۲ , \dots , ۷$ و x، ۷ مقدار دارد.

(ریاضیات گسسته، صفحه‌های ۲۴ و ۲۶)

۳۷. گزینه ۲ صحیح است.

چون گراف G ناهمبند است، پس حداقل از دو قسمت تشکیل شده است و چون $\delta = ۵$ پس در هر قسمت حداقل ۶ رأس وجود دارد. پس گراف یک قسمت با ۶ رأس و قسمت دیگر با ۷ رأس تشکیل شده است. چون $\delta = ۵$ پس گراف G از یک $K_۶$ و یک $K_۷$ تشکیل شده است. اما چون $\gamma(G) = ۳$ است، باید به فرم زیر ۴ یال از $K_۷$ پاک کنیم.



$$\Rightarrow q_{max} = \binom{۶}{۲} + \binom{۷}{۲} - ۴ = ۳۲$$

(ریاضیات گسسته، صفحه‌های ۳۲ و ۴۳)

۳۸. گزینه ۳ صحیح است.

چون $۱۳\times۷=۹۱$ می‌باشد، پس داریم:

$$\begin{cases} x_۱+x_۲+x_۳=۷ \\ , \\ x_۱+x_۲+x_۳+x_۴+x_۵+\sqrt{x_۶}=۱۳ \end{cases} \xrightarrow{\sqrt{x_۶}=t} \begin{cases} x_۱+x_۲+x_۳=۷ \\ , \\ x_۴+x_۵+t=۶ \end{cases} \Rightarrow \binom{۶}{۲}\binom{۵}{۲}=۱۵۰$$

(ریاضیات گسسته، صفحه‌های ۶۰ و ۶۱)

۳۹. گزینه ۱ صحیح است.

در بین ۳ نفر حداکثر ۳ پسر مجرد وجود دارد.

الف) ۳ پسر مجرد انتخاب شود. $\binom{۳}{۳}=۱$

ب) ۲ پسر مجرد باشد. $\binom{۳}{۲}\binom{\overset{\uparrow}{۶}}{۱}=۱۸$ (۶ نفر زن و شوهر)

ج) ۱ پسر مجرد باشد. $\binom{۳}{۱}\binom{۳}{۲}\times۲\times۲=۳۶$

د) پسر مجردی نباشد.

$۲\times۲\times۲=۸$ = باید از هر زوج یک نفر انتخاب کرد

پس جواب مطلوب $۱+۱۸+۳۶+۸=۶۳$ می‌باشد.

(ریاضی دهم، صفحه‌های ۱۱۸ و ۱۴۰)

۴۰. گزینه ۳ صحیح است.

می‌دانیم شرط جواب این است که: $۱۷\,|\,(۲a+۱\ ,\ ۳a-۴)$.

$$(۲a+۱\ ,\ ۳a-۴)=d \Rightarrow \begin{cases} d\,|\,۲a+۱ \xrightarrow{\times۳} d\,|\,۶a+۳ \\ , \\ d\,|\,۳a-۴ \xrightarrow{\times-۲} d\,|\,-۶a+۸ \end{cases}$$

$$\Rightarrow d\,|\,۱۱ \Rightarrow d=۱ \text{ یا } ۱۱$$

فرض کنید $d=۱۱$ باشد.

$$۱۱\,|\,۲a+۱ \Rightarrow ۲a \overset{۱۱}{\equiv} -۱ \overset{۱۱}{\equiv} ۱۰ \Rightarrow a \overset{۱۱}{\equiv} ۵ \Rightarrow d=\begin{cases} ۱ & a\neq ۱۱q+۵ \\ ۱۱ & a=۱۱q+۵ \end{cases}$$

اگر $d=۱۱$ و $a<۱۰۰$ باشد، داریم:

a، ۹ مقدار دارد. $\Rightarrow q=۰\ ,\ ۱\ ,\ ۲\ ,\ \dots\ ,\ ۸$

$۱۱q+۵<۱۰۰ \Rightarrow$

پس اگر ۱۰ مقدار خارج کنیم، با اطمینان عددی یافت می‌شود که اگر به جای a بگذاریم، معادله جواب دارد.

(ریاضیات گسسته، صفحه‌های ۱۳ و ۳۰)

فیزیک

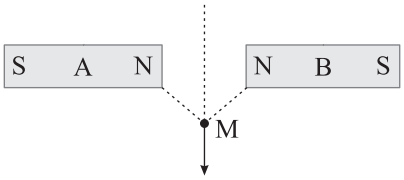
۴۱. گزینه ۱ صحیح است.

اغلب هسته‌ها پس از واپاشی ذرات α و β هنوز در حالت ناپایدار قرار دارند و با گسیل فوتون‌های پرانرژی گاما به حالت پایدار می‌رسند.

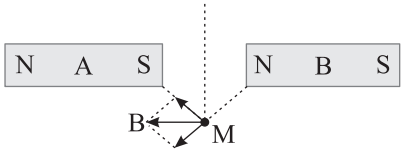
(فیزیک دوازدهم، صفحهٔ ۱۴۵)

۴۲. گزینه ۴ صحیح است.

با توجه به جهت میدان مغناطیسی در نقطهٔ M قطب‌های N دو آهنربا در مجاورت هم قرار دارند.



اگر جای قطب‌های آهنربای A عوض شود، میدان مغناطیسی حاصل از دو آهنربا در نقطهٔ M به سمت چپ خواهد بود.



(فیزیک یازدهم، صفحه‌های ۸۵ و ۸۶)

۴۳. گزینه ۳ صحیح است.

ضلع کوچک‌تر مستطیل با میدان مغناطیسی زاویهٔ ۳۰ درجه و ضلع بزرگ‌تر زاویهٔ ۶۰ درجه ساخته است. اگر نیروی وارد بر ضلع کوچک‌تر و بزرگ‌تر را به ترتیب $F_۱$ و $F_۲$ فرض کنیم، داریم:

$$F_۱=I\ell B\sin(۳۰)=\frac{۱}{۲}I\ell B$$

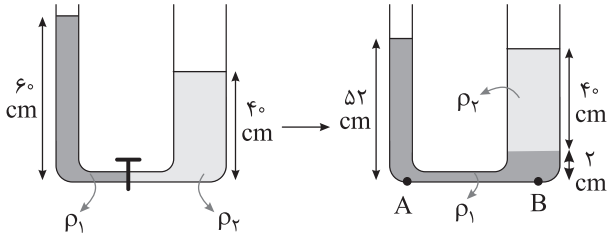
$$F_۲=BI(۲\ell)\times\sin(۶۰)=I\ell B\times۲\times\frac{\sqrt{۳}}{۲}=\sqrt{۳}I\ell B$$

$$\frac{F_۲}{F_۱}=\frac{\sqrt{۳}}{\frac{۱}{۲}}=۲\sqrt{۳} \Rightarrow F_۲=۲\sqrt{۳}F_۱ \Rightarrow F_۲=۲\sqrt{۳}\times۲=۴\sqrt{۳}N$$

(فیزیک یازدهم، صفحهٔ ۹۳)

۴۴. گزینه ۴ صحیح است.

چون سطح مقطع دهانهٔ قسمت پهن ۴ برابر سطح مقطع دهانهٔ باریک است، با توجه به صورت سؤال اگر سطح آزاد مایع در لولهٔ باریک $۸cm$ پایین بیاید، در لولهٔ پهن مایع $\rho_۱$ به اندازهٔ $۲cm$ نفوذ می‌کند. ارتفاع مایع در لوله باریک $۶۰-۸=۵۲cm$ می‌شود.



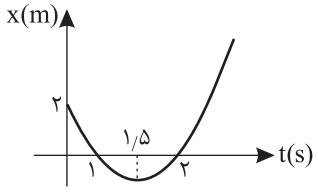
$$P_A=P_B \Rightarrow \rho_۱\times g\times۵۲=\rho_۱\times g\times۲+\rho_۲\times g\times۴۰$$

$$\Rightarrow \rho_۱\times۵۰=\rho_۲\times۴۰ \Rightarrow \frac{\rho_۱}{\rho_۲}=\frac{۴}{۵}$$

(فیزیک دهم، صفحه‌های ۳۳ تا ۳۶)

۴۵. گزینه ۴ صحیح است.

$$x=t^۲-۳t+۲=(t-۲)(t-۱)$$



$$0<t<1s \Rightarrow \begin{cases} \text{متحرک به مبدأ محور نزدیک می‌شود} \\ \text{حرکت کندشونده} \end{cases} \quad v<0\ ,\ a>0$$

$$1s<t<1/5s \Rightarrow \begin{cases} \text{متحرک از مبدأ محور دور می‌شود} \\ \text{حرکت کندشونده} \end{cases} \quad v<0\ ,\ a>0$$

$$1/5s<t<2s \Rightarrow \begin{cases} \text{متحرک به مبدأ محور نزدیک می‌شود} \\ \text{حرکت تندشونده} \end{cases} \quad v>0\ ,\ a>0$$

$$t>2s \Rightarrow \begin{cases} \text{متحرک از مبدأ محور دور می‌شود} \\ \text{حرکت تندشونده} \end{cases} \quad v>0\ ,\ a>0$$

تنها در بازهٔ زمانی $1/5s<t<2s$ یعنی ۰/۵ ثانیهٔ چهارم جسم به مبدأ نزدیک شده و حرکت آن تندشونده است.

(فیزیک دوازدهم، صفحه‌های ۱۵ تا ۱۸)

۴۶. گزینه ۳ صحیح است.

اگر کل زمان این حرکت را t فرض کنیم، متحرک ۱۰۰ متر اول را در مدت $t-3/5$ ثانیه طی کرده است.

$$\Delta x=\frac{1}{2}at^2+v_0t \xrightarrow{v_0=0} \Delta x=\frac{1}{2}at^2$$

برای ۱۰۰ متر اول: $100=\frac{1}{2}a(t-3/5)^2$

برای ۱۹۶ متر کل مسیر: $196=\frac{1}{2}a(t)^2$

$$\Rightarrow \frac{100}{196}=\left(\frac{t-3/5}{t}\right)^2 \Rightarrow \frac{10}{14}=\frac{t-3/5}{t} \Rightarrow \frac{5}{7}=\frac{t-3/5}{t}$$

$$\Rightarrow 5t=7t-24/5 \Rightarrow t=12/25s$$

$$S_{av}=\frac{L}{\Delta t}=\frac{196}{12/25}=16\frac{m}{s}$$

(فیزیک دوازدهم، صفحه‌های ۱ تا ۱۷)

۴۷. گزینه ۴ صحیح است.

شرط اینکه اتومبیل عقبی به جلویی برخورد نکند، آن است که در لحظهٔ به هم رسیدن، تندی آنها یکسان باشد، چون اتومبیل جلویی با تندی ثابت $15\frac{m}{s}$ حرکت می‌کند، در لحظهٔ رسیدن اتومبیل عقبی به آن باید تندی آن $15\frac{m}{s}$ باشد.

فاصلهٔ دو اتومبیل: $50m$ ، $v=15\frac{m}{s}$ ، $v_0=30\frac{m}{s}$: اتومبیل عقبی

$v=15\frac{m}{s}$: اتومبیل جلویی

با استفاده از روش سرعت نسبی، می‌توانیم اتومبیل جلویی را ساکن فرض کرده و برای اتومبیل عقبی $v_0=30-15=15\frac{m}{s}$ و $v=15-15=0$ و $\Delta x=50m$ قرار دهیم.

بنابراین داریم:

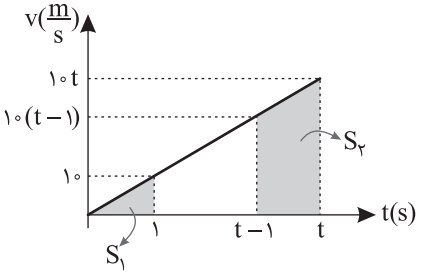
$$v^2-v_0^2=2a\Delta x$$

$$0-15^2=2a\times 50 \Rightarrow a=-2/25\frac{m}{s^2} \Rightarrow |a|=2/25\frac{m}{s^2}$$

(فیزیک دوازدهم، صفحه‌های ۱۳ تا ۲۱)

۴۸. گزینه ۴ صحیح است.

اگر کل زمان حرکت را t فرض کنیم، با رسم نمودار سرعت ـ زمان داریم:



$$S_2=6S_1$$

$$\Rightarrow \frac{10t+10t-10}{2}\times 1=6\times\frac{10\times 1}{2} \Rightarrow 20t-10=60 \Rightarrow 20t=70$$

$$\Rightarrow t=3/5s$$

کل مسیر $\Delta y=\frac{1}{2}gt^2 \xrightarrow{t=3/5s} h=\Delta y=5\times 3/5^2=5\times 12/25$

$$\Rightarrow h=61/25m$$

(فیزیک دوازدهم، صفحه‌های ۲۱ تا ۲۴)

۴۹. گزینه ۳ صحیح است.

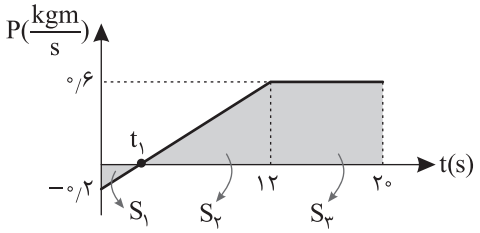
$$\begin{cases} \text{در حالت اول}: F=ma \\ \text{در حالت دوم}: 1/3F=0/7m(a+3) \end{cases} \xrightarrow{\text{تقسیم}} \frac{1}{1/3}=\frac{a}{0/7(a+3)}$$

$$\Rightarrow 13a=7a+21 \Rightarrow 6a=21 \Rightarrow a=3/5\frac{m}{s^2}$$

(فیزیک دوازدهم، صفحه‌های ۳۲ تا ۳۴)

۵۰. گزینه ۳ صحیح است.

می‌دانیم اندازهٔ مساحت سطح محصور بین منحنی تکانه ـ زمان و محور زمان برابر حاصل‌ضرب جرم در مسافت طی شده است.



$$\frac{0/8\ |\ 12s}{0/2\ |\ t_1} \Rightarrow t_1=3s$$

$$S_1=\frac{0/2\times 3}{2}=0/3\ ,\ S_2=\frac{9\times 0/6}{2}=2/7\ ,\ S_3=8\times 0/6=4/8$$

$$S_T=S_1+S_2+S_3=0/3+2/7+4/8=7/8$$

$$L\times m=7/8 \Rightarrow 20\times m=7/8 \Rightarrow m=0/39kg=390g$$

(فیزیک دوازدهم، صفحه‌های ۴۶ تا ۴۸)

۵۱. گزینه ۲ صحیح است.

در لحظهٔ شروع حرکت: $F=f_{s_{max}}=\mu_sF_N=\mu_smg=0/6\times 80=48N$

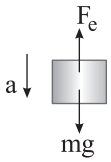
اگر نیرو کمی از $48N$ بیشتر شود، جسم شروع به حرکت می‌کند.

$$F-f_k=ma \Rightarrow F-\mu_kmg=ma \Rightarrow 48-0/4\times 80=8a$$

$$\Rightarrow 48-32=8a \Rightarrow 16=8a \Rightarrow a=2\frac{m}{s^2}$$

(فیزیک دوازدهم، صفحه‌های ۳۷ تا ۴۶)

۵۲. گزینه ۴ صحیح است.



$$mg - F_e = ma$$
$$۵۰۰ - F_e = ۵۰ \times ۲ \Rightarrow F_e = ۴۰۰\,N$$
$$F_e = k\Delta x \ , \ k = ۲۵۰\frac{N}{cm}$$
$$۴۰۰ = ۲۵۰\Delta x \Rightarrow \Delta x = \frac{۴۰}{۲۵} = \frac{۸}{۵} = ۱/۶\,cm$$
طول نهایی $x = ۴۰ + ۱/۶ = ۴۱/۶\,cm$

(فیزیک دوازدهم، صفحه‌های ۳۷ تا ۴۴)

۵۳. گزینه ۱ صحیح است.

در حرکت عقربهٔ ثانیه‌شمار ساعت، دورهٔ حرکت تمام نقاط عقربه یکسان است. برای شتاب مرکزگرا از روابط $v = \frac{۲\pi r}{T}$ و $a = \frac{v^۲}{r}$ داریم:

$$v = \frac{۲\pi r}{T} \Rightarrow \frac{v_a}{v_b} = \frac{r_a}{r_b} = ۲$$
$$a = \frac{v^۲}{r} \Rightarrow \frac{a_a}{a_b} = (\frac{v_a}{v_b})^۲ \times (\frac{r_b}{r_a}) = (۲)^۲ \times (\frac{۱}{۲})^۲ = ۲$$

(فیزیک دوازدهم، صفحه‌های ۴۸ تا ۵۲)

۵۴. گزینه ۲ صحیح است.

$$۲A = ۱۰ \Rightarrow A = ۵\,cm \ , \ \lambda = ۷/۵\,cm$$
$$\begin{cases} |v_{max}| = A\omega \\ v = \lambda f \end{cases} \Rightarrow \frac{v_{max}}{v} = \frac{A\omega}{\lambda f} = \frac{A \times ۲\pi f}{\lambda f} = \frac{۲\pi A}{\lambda} = \frac{۶ \times ۵}{۷/۵} = ۴$$

(فیزیک دوازدهم، صفحه‌های ۶۷ تا ۷۳)

۵۵. گزینه ۴ صحیح است.

$$t_۱ = \frac{T}{۴} + \frac{T}{۲} + \frac{T}{۱۲} = \frac{۱۰T}{۱۲} = \frac{۵T}{۶}$$

مسافت طی شده در $t_۱$ ثانیهٔ اول $L = ۴ + ۴ + ۴ + ۲ = ۱۴cm$

$$S_{av} = \frac{L}{\Delta t} \Rightarrow ۵/۶ = \frac{۰/۱۴}{t_۱} \Rightarrow t_۱ = \frac{۱}{۴۰}\,s$$
$$t_۱ = \frac{۵T}{۶} = \frac{۱}{۴۰} \Rightarrow T = \frac{۶}{۲۰۰} = \frac{۳}{۱۰۰}\,s$$
$$|v_{max}| = A\omega = A \times \frac{۲\pi}{T} = \frac{۴}{۱۰۰} \times \frac{۶}{\frac{۳}{۱۰۰}} = \frac{۴}{۱۰۰} \times ۲۰۰ = ۸\,\frac{m}{s}$$

(فیزیک دوازدهم، صفحه‌های ۶۲ تا ۶۷)

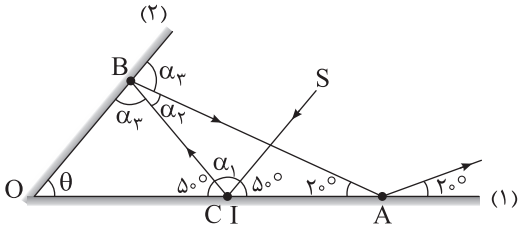
۵۶. گزینه ۲ صحیح است.

$$\Delta x = v\Delta t \Rightarrow ۸ = ۰/۵v \Rightarrow v = ۱۶\,\frac{m}{s}$$
$$v = \sqrt{\frac{FL}{m}} \Rightarrow ۱۶ = \sqrt{\frac{F \times ۸}{۰/۵}} \Rightarrow ۲۵۶ = F \times ۱۶ \Rightarrow F = ۱۶\,N$$

(فیزیک دوازدهم، صفحه‌های ۷۱ تا ۷۳)

۵۷. گزینه ۱ صحیح است.

با توجه به برابر بودن زاویه‌های تابش و بازتابش داریم:

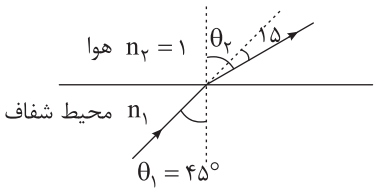


$$\alpha_۱ = ۱۸۰^\circ - ۲ \times ۵۰^\circ = ۸۰^\circ$$
$$\overset{\Delta}{ABC} : \alpha_۲ + \alpha_۱ + ۵۰^\circ + ۲۰^\circ = ۱۸۰^\circ \ , \ \alpha_۱ = ۸۰^\circ$$
$$\Rightarrow \alpha_۲ + ۸۰^\circ + ۵۰^\circ + ۲۰^\circ = ۱۸۰^\circ \Rightarrow \alpha_۲ = ۳۰^\circ$$
$$۲\alpha_۳ + \alpha_۲ = ۱۸۰^\circ \Rightarrow ۲\alpha_۳ + ۳۰^\circ = ۱۸۰^\circ \Rightarrow \alpha_۳ = ۷۵^\circ$$
$$\overset{\Delta}{OBC} : \alpha_۳ + ۵۰^\circ + \theta = ۱۸۰^\circ \Rightarrow ۷۵^\circ + ۵۰^\circ + \theta = ۱۸۰^\circ$$
$$\Rightarrow \theta = ۱۸۰^\circ - ۱۲۵^\circ = ۵۵^\circ$$

(فیزیک دوازدهم، صفحه‌های ۹۰ تا ۹۴)

۵۸. گزینه ۲ صحیح است.

وقتی نور از محیط غلیظ به رقیق می‌تابد، پرتو شکست از خط عمود دور می‌شود.



$$\theta_۲ = ۴۵^\circ + ۱۵^\circ = ۶۰^\circ$$
$$\frac{\sin\theta_۲}{\sin\theta_۱} = \frac{n_۱}{n_۲} \Rightarrow \frac{\sin ۶۰^\circ}{\sin ۴۵^\circ} = \frac{n_۱}{۱}$$
$$\Rightarrow \frac{\frac{\sqrt{۳}}{۲}}{\frac{\sqrt{۲}}{۲}} = n_۱ \Rightarrow n_۱ = \frac{\sqrt{۳}}{\sqrt{۲}} = \frac{\sqrt{۶}}{۲}$$

(فیزیک دوازدهم، صفحه‌های ۹۴ تا ۱۰۰)

۵۹. گزینه ۴ صحیح است.

اگر الکترون از سومین حالت برانگیخته به اولین حالت برانگیخته برود، در واقع از تراز $n = ۴$ به تراز $n' = ۲$ گذار انجام داده است.

$$\frac{۱}{\lambda} = R(\frac{۱}{n'^۲} - \frac{۱}{n^۲}) \xrightarrow{n'=۲ \ , \ n=۴} \frac{۱}{\lambda_۱} = R(\frac{۱}{۴} - \frac{۱}{۱۶}) = R \times \frac{۳}{۱۶}$$
$$\Rightarrow \lambda_۱ = \frac{۱۶}{۳R}$$

برای محاسبهٔ بلندترین طول موج رشتهٔ لیمان $(n' = ۱)$ داریم:

$$n' = ۱ \ , \ n = ۲$$
$$\frac{۱}{\lambda} = R(\frac{۱}{۱} - \frac{۱}{۴}) \Rightarrow \frac{۱}{\lambda_۲} = R \times \frac{۳}{۴} \Rightarrow \lambda_۲ = \frac{۴}{۳R}$$
$$\frac{\lambda_۱}{\lambda_۲} = \frac{\frac{۱۶}{۳R}}{\frac{۴}{۳R}} = ۴$$

(فیزیک دوازدهم، صفحه‌های ۱۲۳ تا ۱۲۹)

۶۰. گزینه ۱ صحیح است.

در ۸ ساعت اول ۷۵ درصد یا $\frac{۳}{۴}$ از مادهٔ اولیه تجزیه شده است. بنابراین در $t = ۸\,h$، $\frac{۱}{۴}$ از مادهٔ اولیه باقی مانده است.

$$N = \frac{N_۰}{۲^n} \Rightarrow \frac{۱}{۴}N_۰ = \frac{N_۰}{۲^n} \Rightarrow n = ۲ \Rightarrow \frac{t}{T} = ۲ \Rightarrow \frac{۸}{T} = ۲$$
$$\Rightarrow T = ۴h$$

بنابراین نیمه‌عمر این ماده پرتوزا ۴ ساعت است.

$$t_1 = 8h \Rightarrow N_1 = \frac{N_0}{4}$$

$$t_2 = 16h \Rightarrow n_2 = \frac{t_2}{T} = \frac{16}{4} = 4$$

$$N_2 = \frac{N_0}{2^4} = \frac{N_0}{16}$$

بنابراین در بازهٔ زمانی $t_1 = 8h$ تا $t_1 = 16h$ تعداد ذرات باقیمانده از $\frac{N_0}{4}$ به $\frac{N_0}{16}$ رسیده است.

مقدار تجزیه شده در $t_1 = 8h$ تا $t_2 = 16h$: $\Delta N = \frac{N_0}{4} - \frac{N_0}{16}$

$$= \frac{3}{16}N_0 = \%18/75 N_0$$

(فیزیک دوازدهم، صفحه‌های ۱۴۶ و ۱۴۷)

۶۱. گزینه ۴ صحیح است.

با توجه به اینکه تراکم خطوط میدان الکتریکی در اطراف A ، بیشتر از B است، پس میدان الکتریکی نقطهٔ A قوی‌تر است.

می‌دانیم اگر در جهت خطوط میدان الکتریکی حرکت کنیم، پتانسیل الکتریکی کاهش می‌یابد، پس پتانسیل الکتریکی نقطهٔ A از B بیشتر است.

(فیزیک یازدهم، صفحه‌های ۱۷ تا ۲۹)

۶۲. گزینه ۳ صحیح است.

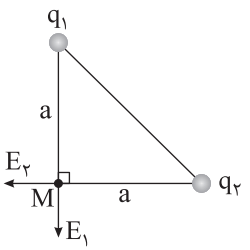
$$E = \frac{V}{d} = \frac{\frac{q}{c}}{d} = \frac{q}{cd} = \frac{q}{\frac{k\varepsilon.A}{d} \times d} = \frac{q}{k\varepsilon_0 A}$$

با توجه به اثبات بالا، میدان الکتریکی میان صفحات خازن تخت با دی‌الکتریک هوا ($k = 1$) با بار ثابت از رابطهٔ $E = \frac{q}{\varepsilon_0 A}$ به دست می‌آید. با تغییر فاصلهٔ صفحات این خازن میدان الکتریکی میان صفحات خازن ثابت است و از رابطهٔ $\Delta V = E \times d$، اختلاف پتانسیل الکتریکی ثابت می‌ماند.

(فیزیک یازدهم، صفحه‌های ۳۰ تا ۳۴)

۶۳. گزینه ۴ صحیح است.

اگر بارها را مثبت فرض کنیم، داریم:



$$E_1 = \frac{kq_1}{a^2} \ , \ E_2 = \frac{kq_2}{a^2}$$

$$E = \sqrt{E_1^2 + E_2^2} = \frac{k}{a^2}\sqrt{q_1^2 + q_2^2}$$

با حذف بار q_2 میدان الکتریکی در نقطهٔ M ناشی از بار q_1 یعنی E_1 است.

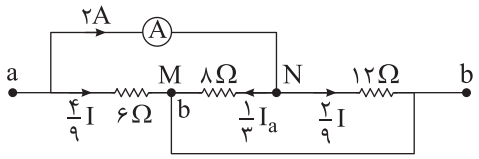
$$E_1 = \frac{1}{2}E \Rightarrow \frac{kq_1}{a^2} = \frac{1}{2}\left(\frac{k}{a^2}\sqrt{q_1^2 + q_2^2}\right)$$

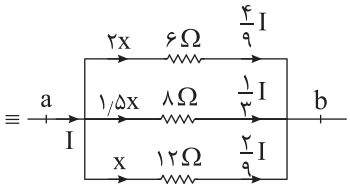
$$q_1 = \frac{1}{2}\sqrt{q_1^2 + q_2^2} \Rightarrow q_1^2 + q_2^2 = 4q_1^2$$

$$\Rightarrow q_2^2 = 3q_1^2 \Rightarrow \left|\frac{q_1}{q_2}\right| = \frac{\sqrt{3}}{3}$$

(فیزیک یازدهم، صفحه‌های ۱۰ تا ۱۶)

۶۴. گزینه ۲ صحیح است.





$$2x + 1/5x + x = 4/5x = \frac{9}{2}x = I \Rightarrow x = \frac{2}{9}I$$

چون در شکل معادل جریان در مقاومت 8Ω از a به سمت b است در مدار اصلی نیز جریان مقاومت 8Ω از N به M (a به b) است.

$$I_A = I - \frac{4}{9}I = \frac{5}{9}I = 2 \Rightarrow I = \frac{18}{5} = 3/6A$$

$$I_{8\Omega} = \frac{1}{3}I = \frac{3/6}{3} = 1/2A$$

(فیزیک یازدهم، صفحه‌های ۷۰ تا ۷۷)

۶۵. گزینه ۳ صحیح است.

در حالت اول : $R_{eq} = 6\Omega$

$$\Rightarrow V_1 = RI = R \times \frac{\varepsilon}{R + r} = 6 \times \frac{\varepsilon}{6 + 2} = \frac{3}{4}\varepsilon$$

دو مقاومت موازی هستند: در حالت دوم $\Rightarrow R_{eq} = \frac{6 \times 6}{6 + 6} = 3\Omega$

$$V_2 = R_{eq}I = R_{eq} \times \frac{\varepsilon}{R_{eq} + r} = 3 \times \frac{\varepsilon}{3 + 2} = \frac{3}{5}\varepsilon$$

$$\frac{V_2}{V_1} = \frac{\frac{3}{5}\varepsilon}{\frac{3}{4}\varepsilon} = \frac{4}{5} = 0/8$$

چون اختلاف پتانسیل نهایی، ۰/۸ مقدار اولیه شده، بنابراین اختلاف پتانسیل دو سر مولد ۲۰ درصد کاهش می‌یابد.

(فیزیک یازدهم، صفحه‌های ۶۱ تا ۷۰)

۶۶. گزینه ۳ صحیح است.

$$A = \pi r^2 = 3 \times (2 \times 10^{-3})^2 = 12 \times 10^{-6} m^2$$

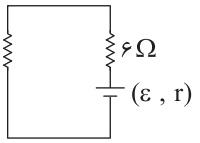
$$R = \frac{V}{I} = \frac{40}{5 \times 10^{-3}} = 8 \times 10^3 \Omega$$

$$R=\frac{\rho L}{A}\Rightarrow \rho=\frac{RA}{L}=\frac{8\times10^{3}\times12\times10^{-6}}{400}=24\times10^{-5}\Omega.m$$
$$=240\mu\Omega.m$$

(فیزیک یازدهم، صفحه‌های ۴۹ تا ۵۴)

۶۷. گزینه ۴ صحیح است.

در حالت کلید باز :

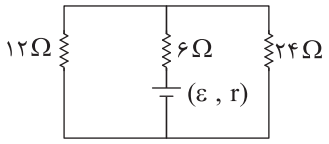


$$R_{eq_1}=18\Omega$$

$$I=\frac{\varepsilon}{18+r}$$

توان تلف‌شده در مولد : $P_1=rI_1^{2}$

در حالت کلید بسته



$$R_{eq_2}=\frac{24\times12}{24+12}+6=14\Omega$$

$$P_2=rI_2^{2}$$

$$P_2=1/44P_1\Rightarrow rI_2^{2}=1/44rI_1^{2}\Rightarrow I_2=1/2I_1$$

$$\frac{\varepsilon}{r+R_{eq_2}}=\frac{12}{10}\times\frac{\varepsilon}{r+R_{eq_1}}\Rightarrow\frac{1}{r+14}=\frac{12}{10}\times\frac{1}{r+18}$$

$$\Rightarrow 12r+168=10r+180\Rightarrow 2r=12\Rightarrow r=6\Omega$$

(فیزیک یازدهم، صفحه‌های ۶۱ تا ۷۷)

۶۸. گزینه ۱ صحیح است.

واحد ضریب القاوری: $U=\frac{1}{2}LI^{2}\Rightarrow[L]=\frac{J}{A^{2}}$

واحد مقاومت الکتریکی: $U=RI^{2}t\Rightarrow R=\frac{U}{I^{2}t}\Rightarrow[R]=\frac{J}{A^{2}s}$

$\frac{L}{R}$ واحد: $[\frac{L}{R}]=\frac{\frac{J}{A^{2}}}{\frac{J}{A^{2}s}}=s$

پس کمیت $\frac{L}{R}$ از جنس زمان است.

(فیزیک یازدهم، صفحه‌های ۱۱۹ تا ۱۲۱)

۶۹. گزینه ۳ صحیح است.

حجم گوی مجموع حجم نفت سرریز شده و حجم فضای خالی بالای ظرف است.

$$\rho=\frac{m}{V}\Rightarrow 0/8=\frac{160}{V}\Rightarrow V_1=200cm^{3}$$

حجم نفتی که سرریز می‌شود $200cm^{3}$ است.

حجم فضای خالی ظرف: $V_2=Ah=20\times50=1000cm^{3}$

حجم گوی فلزی: $V=200+1000=1200cm^{3}$

$$\rho=\frac{m}{V}=\frac{6000}{1200}=5\frac{g}{cm^{3}}$$

(فیزیک دهم، صفحه‌های ۱۶ تا ۱۸)

۷۰. گزینه ۱ صحیح است.

$$W_t=\Delta K=\frac{1}{2}m(v^{2}-v_0^{2})=\frac{1}{2}m(100-0)=50m$$

$$W_{mg}=mgh=m\times10\times20=200m$$

$$W_t=W_{mg}+W_{f_D}\Rightarrow 50m=200m+W_{f_D}$$

$$\Rightarrow W_{f_D}=-150m$$

$$\frac{W_{f_D}}{W_{mg}}=\frac{-150m}{200m}=-\frac{3}{4}$$

(فیزیک دهم، صفحه‌های ۵۵ تا ۶۱)

۷۱. گزینه ۱ صحیح است.

$$W_t=\Delta K=\frac{1}{2}m(v^{2}-v_0^{2})=\frac{1}{2}\times0/8(15^{2}-(-5)^{2})$$

$$W_t=0/4(225-25)=0/4\times200=80J$$

$$P_{av}=\frac{W_t}{\Delta t}=\frac{80}{10}=8W$$

(فیزیک دهم، صفحه‌های ۶۰، ۶۱ و ۷۳ تا ۷۶)

۷۲. گزینه ۳ صحیح است.

$$Q=mc\Delta\theta\Rightarrow\Delta\theta=\frac{Q}{mc}$$

$$\Delta V=V_1(3\alpha)\Delta\theta=\frac{m_1}{\rho}(3\alpha)\times\frac{Q}{m_1c}$$

$$\Delta V=\frac{Q(3\alpha)}{\rho c}=\frac{8\times10^{5}\times3\times10^{-5}}{5\times10^{3}\times500}$$

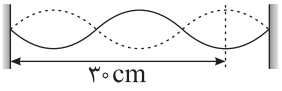
$$\Delta V=\frac{24}{25\times10^{5}}=\frac{24}{25}\times10^{-5}m^{3}=\frac{24}{25}\times10^{-5}\times10^{6}cm^{3}$$

$$=\frac{240}{25}=9/6cm^{3}$$

(فیزیک دهم، صفحه‌های ۹۳ تا ۹۹)

۷۳. گزینه ۴ صحیح است.

با توجه به شکل موج ایستاده رسم شده معلوم است که فاصلهٔ یک انتهای بسته از دورترین شکم نسبت به آن $\frac{5\lambda}{4}$ است.



$$\frac{5\lambda_3}{4}=30\Rightarrow\lambda_3=24cm$$

$$L=n\frac{\lambda_n}{2}\xrightarrow{n=3}L=3\times\frac{\lambda_3}{2}=3\times\frac{24}{2}=36cm$$

$$L=n\frac{\lambda_n}{2}\xrightarrow{n=1}36=1\times\frac{\lambda_1}{2}\Rightarrow\lambda_1=72cm$$

(فیزیک دوازدهم، صفحه‌های ۱۰۳ تا ۱۰۷)

۷۴. گزینه ۲ صحیح است.

چون تغییرات دما در دو فرایند یکسان است، پس تغییرات انرژی درونی یکسان است ($\Delta U_P=\Delta U_V$).

$$\Delta U_P=\Delta U_V\Rightarrow Q_P+W_P=Q_V+\cancel{W_V}^{0}$$

چون دما افزایش یافته پس $\Delta U > 0$ است، بنابراین $Q_V > 0$ و $Q_P + W_P > 0$ است. با توجه به اینکه در فرایند هم‌فشار حجم افزایش یافته پس $W_P < 0$ است. بنابراین باید $Q_P > Q_V$ باشد.

(فیزیک دوازدهم، صفحه‌های ۱۳۰ تا ۱۳۵)

۷۵. گزینه ۴ صحیح است.

طبق رابطهٔ $K_{max} = hf - W_0$ برای جدا شدن الکترون از سطح فلز باید $K_{max} \geq 0$ باشد. برای این منظور ۲ راه وجود دارد:

۱ـ افزایش بسامد یا کاهش طول موج

۲ـ استفاده از فلز با تابع کار کمتر

(فیزیک دوازدهم، صفحه‌های ۱۱۶ تا ۱۲۱)

شیمی

۷۶. گزینه ۴ صحیح است.

$$\begin{cases} A = 64 \\ N - e^- = 8 \Rightarrow A = Z + N \Rightarrow 64 = 2Z + 6 \Rightarrow Z = 29 \\ e^- = Z - 2 \end{cases}$$

بررسی عبارت‌های درست:

۱) فراوان‌ترین شبه‌فلز در زمین $_{14}Si$ می‌باشد!

۲) پایدارترین ایزوتوپ ساختگی هیدروژن $_1^5H$ است. می‌توان نوشت:

پایداری: $_1^5H > {}_1^6H > {}_1^4H > {}_1^7H$

۳) فراوان‌ترین ایزوتوپ لیتیم، ایزوتوپ $_3^7Li$ می‌باشد. مجموع ذرات زیراتمی در آن (۱۰) با عدد اتمی دومین گاز نجیب ($_{10}Ne$) یکسان است.

(شیمی دهم، صفحه‌های ۳، ۶، ۱۲ و ۳۷)

۷۷. گزینه ۴ صحیح است.

قاعدهٔ آفبا ترتیب پر شدن زیرلایه‌ها را در اتم‌های گوناگون نشان می‌دهد و هنگام افزودن الکترون به زیرلایه‌ها، نخست زیرلایه‌های نزدیک‌تر به هسته پر می‌شوند.

بررسی عبارت‌های درست:

۱) با غنی‌سازی، درصد ^{235}U را در مخلوط طبیعی افزایش می‌دهند و این ایزوتوپ اورانیم اغلب به عنوان سوخت در راکتورهای اتمی به کار می‌رود.

۲) سدیم، دومین فلز قلیایی می‌باشد!

(شیمی دهم، صفحه‌های ۷، ۸، ۲۲، ۲۶ و ۳۱)

۷۸. گزینه ۱ صحیح است.

$$2/4\,mol\,e^- = 0/8\,mol\,A_xB \times \frac{n\,mol\,e^-}{1\,mol\,A_xB} \Rightarrow n = 3\,mol\,e^-$$

شمار الکترون‌های دادوستد شده در ترکیب هر مول ترکیب یونی برابر است با:

زیروند×بار آنیون یا زیروند×بار کاتیون

با توجه به فرمول ترکیب یونی A_xB و مول الکترون دادوستد شده فرمول شیمیایی آن به صورت A_3B می‌باشد.

$$?\,mol\,A^+ = 2\,mol\,A_3B \times \frac{3\,mol\,A^+}{1\,mol\,A_3B} = 6\,mol\,A^+$$

$$?\,mol\,\text{یون} = 25\,g\,Mg_3N_2 \times \frac{1\,mol\,Mg_3N_2}{100\,g\,Mg_3N_2} \times \frac{5\,mol\,\text{یون}}{1\,mol\,Mg_3N_2}$$

$$= 1/25\,mol\,\text{یون}$$

$$\frac{6}{1/25} = 4/8$$

(شیمی دهم، صفحه‌های ۱۷ تا ۱۹ و ۳۷ تا ۳۹)

۷۹. گزینه ۳ صحیح است.

عنصر M عنصر آهن ($_{26}Fe$) می‌باشد:

$$_{26}Fe: \underset{2e^-}{\underbrace{1s^2}}\ \underset{8e^-}{\underbrace{2s^2 2p^6}}\ \underset{14e^-}{\underbrace{3s^2 3p^6 3d^6}}\ \underset{2e^-}{\underbrace{4s^2}}$$

a: نخستین عنصر جدول دوره‌ای که در زیرلایهٔ 3d اتم خود دارای ۱۰ الکترون است $_{29}Cu$ می باشد.

$$_{29}Cu: [Ar]3d^{10}4s^1$$

b: افزون بر مس ($_{29}Cu$) عنصرهای $_{24}Cr$ و $_{19}K$ در زیرلایهٔ 4s خود دارای یک الکترون می‌باشند.

$$_{24}Cr: [Ar]3d^5 4s^1 \quad , \quad {}_{19}K: [Ar]4s^1$$

c: شمار عنصرهای دسته‌های s، p، d و f جدول دوره‌ای به ترتیب ۱۴، ۳۶، ۴۰ و ۲۸ عنصر می‌باشد.

بنابراین: $Z + a + b + c = 26 + 29 + 3 + 14 = 72$

(شیمی دهم، صفحه‌های ۳۱ تا ۳۴)

۸۰. گزینه ۴ صحیح است.

اگر هواکرهٔ زمین وجود نداشت میانگین دمای کرهٔ زمین از $14^\circ C$ به $-18^\circ C$ کاهش می‌یافت.

بررسی عبارت‌های درست:

۱)

$$CH_4(g) + 2O_2(g) \rightarrow CO_2(g) + 2H_2O(g)$$

۲) اگر مقدار CO_2 زیادتر باشد، زمان لازم برای تعدیل این اثر به وسیلهٔ پدیده‌های طبیعی طولانی‌تر است.

۳) به همین دلیل زمین گرم شده و مانند یک جسم داغ از خود پرتوهای الکترومغناطیس گسیل می‌دارد.

(شیمی دهم، صفحه‌های ۶۴ تا ۶۶، ۶۸ و ۶۹)

۸۱. گزینه ۳ صحیح است.

I) $CO_2(g) + CaO(s) \rightarrow CaCO_3(s)$

II) $CO_2(g) + MgO(s) \rightarrow MgCO_3(s)$

(I) برای واکنش: $?\,g\,CaO = 6/72\,L\,CO_2 \times \frac{1\,mol\,CO_2}{22/4\,L\,CO_2}$

$$\times \frac{1\,mol\,CaO}{1\,mol\,CO_2} \times \frac{56\,g\,CaO}{1\,mol\,CaO} = 16/8\,g\,CaO$$

(II) برای واکنش: $?\,g\,MgO = 6/72\,L\,CO_2 \times \frac{1\,mol\,CO_2}{22/4\,L\,CO_2}$

$$\times \frac{1\,mol\,MgO}{1\,mol\,CO_2} \times \frac{40\,g\,MgO}{1\,mol\,MgO} = 12\,g\,MgO$$

$$16/8 - 12 = 4/8\,g$$

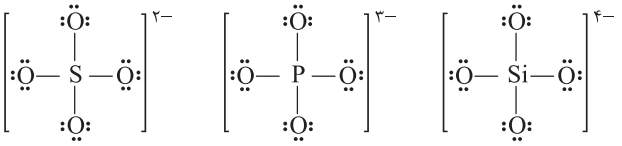
(شیمی دهم، صفحه‌های ۷۰، ۷۸ و ۷۹)

۸۲. گزینه ۴ صحیح است.

در هر ۱۰۰ گرم از آب دریای مرده (بحرالمیت) حدود ۲۷ گرم حل‌شونده (انواع نمک‌ها) وجود دارد!

بررسی عبارت‌های درست:

۱) ساختار لوویس یون سولفات (SO_4^{2-}) با ساختار لوویس یون‌های فسفات و سیلیکات مشابه است:



۲)

$$(NH_4)_2CO_3(s) \xrightarrow{\text{در آب}} 2NH_4^+(aq) + CO_3^{2-}(aq)$$

(شیمی دهم، صفحه‌های ۹۲ تا ۹۴)

۸۳. گزینه ۱ صحیح است.

$$\text{درصد جرمی} = \frac{\text{جرم حل‌شونده}}{\text{جرم محلول}} \times 100$$

$$5 = \frac{x}{(500 \times 1/2) + 200} \times 100 \Rightarrow x = 40\,g\,NaOH$$

$$?\,mol\,NaOH = 40\,g\,NaOH \times \frac{1\,mol\,NaOH}{40\,g\,NaOH} = 1\,mol\,NaOH$$

$$M = \frac{n}{V} = \frac{1\,mol}{0/5\,L} = 2\,mol.L^{-1}$$

(شیمی دهم، صفحه‌های ۹۶ و ۹۸ تا ۱۰۰)

۸۴. گزینه ۴ صحیح است.

آزمایش‌ها نشان می‌دهد که در فشار ۱atm و در هر دمایی انحلال‌پذیری گاز CO_2 بیشتر از NO است. زیرا گاز CO_2 برخلاف گاز NO با آب واکنش می‌دهد و افزون بر آن جرم مولی گاز CO_2 نیز بیشتر است. پس انحلال‌پذیری آن در آب بیشتر خواهد بود.

بررسی عبارت‌های درست:

۱) شیب نمودار انحلال‌پذیری ـ دما برای لیتیم سولفات منفی است و با افزایش دما از انحلال‌پذیری آن در آب کاسته می‌شود.

۲) در شرایط یکسان، نیروهای بین مولکولی در حالت جامد قوی‌تر از حالت مایع و آن هم به مراتب قوی‌تر از حالت گازی است. البته باید توجه داشت که نیروهای بین مولکولی به طور عمده به میزان قطبی بودن مولکول‌ها و جرم آنها وابسته است.

۳) این نیروی جاذبه از نوع هیدروژنی بوده و به دلیل بیشتر بودن نیروی جاذبه میان مولکول‌ها در محلول اتانول در آب، اتانول در آب محلول است.

(شیمی دهم، صفحه‌های ۱۰۲، ۱۰۵، ۱۱۱ و ۱۱۵)

۸۵. گزینه ۴ صحیح است.

عنصر A می‌تواند عنصر $_{28}Ni$ و عنصر D می‌تواند عنصر $_{20}Ca$ باشد، افزون بر آن عنصر A ممکن است عنصر $_{23}V$ و عنصر D، $_{19}K$ باشد:

$$\begin{cases} {}_{28}Ni : [Ar]3d^8 4s^2 \\ {}_{20}Ca : [Ar]4s^2 \end{cases} \qquad \begin{cases} {}_{23}V : [Ar]3d^3 4s^2 \\ {}_{19}K : [Ar]4s^1 \end{cases}$$

آلیاژ نیتینول به عنوان استنت قلب کاربرد دارد و در آن دو فلز $_{28}Ni$ و $_{22}Ti$ وجود دارد.

بررسی عبارت‌های درست:

۱) تفاوت عدد اتمی $_{28}Ni$ یا $_{23}V$ با $_{36}Kr$ بیشتر از ۶ می‌باشد.

۲) واکنش‌پذیری عنصرهای اصلی ($_{19}K$، $_{20}Ca$) از عنصرهای واسطه ($_{23}V$، $_{28}Ni$) بیشتر است.

۳) زیرا عنصر A باید $_{28}Ni$ باشد و عنصر D در این صورت عنصر کلسیم خواهد بود.

(شیمی یازدهم، صفحه‌های ۸ و ۱۵)

۸۶. گزینه ۳ صحیح است.

تفاوت جرم فراورده‌های گازی: $(5 \times 32) - (2 \times 28) = 104\,g$

روش اول:

$$41/6\,g\,\text{تفاوت جرم} = x\,mol\,KNO_3 \times \frac{104\,g\,\text{تفاوت جرم}}{4\,mol\,KNO_3} \times \frac{80}{100}$$

$$\Rightarrow x = 2mol$$

روش دوم:

$$\frac{x\,mol}{4mol} = \frac{41/6g}{104 \times \frac{80}{100}\,g} \Rightarrow x = 2mol$$

(شیمی یازدهم، صفحه‌های ۲۳ تا ۲۵)

۸۷. گزینه ۳ صحیح است.

$$I)\ CH_4(g) + 2O_2(g) \rightarrow CO_2(g) + 2H_2O(g)$$

$$II)\ C_5H_{12}(l) + 8O_2(g) \rightarrow 5CO_2(g) + 6H_2O(g)$$

نخستین آلکان مایع پنتان می‌باشد.

$$x\,g\,H_2O = a\,g\,CH_4 \times \frac{1\,mol\,CH_4}{16g\,CH_4} \times \frac{2mol\,H_2O}{1mol\,CH_4} \times \frac{18g\,H_2O}{1mol\,H_2O}$$

$$\Rightarrow x = 2/25\,a$$

$$y\,g\,H_2O = b\,g\,C_5H_{12} \times \frac{1\,mol\,C_5H_{12}}{72g\,C_5H_{12}} \times \frac{6mol\,H_2O}{1mol\,C_5H_{12}}$$

$$\times \frac{18g\,H_2O}{1mol\,H_2O} \Rightarrow y = 1/5\,b$$

$$\frac{x}{y} = \frac{2/25\,a}{1/5\,b} = 4 \Rightarrow \frac{b}{a} = 0/375$$

(شیمی یازدهم، صفحه‌های ۳۶ و ۳۷)

۸۸. گزینه ۳ صحیح است.

آ) درست، از بوتان (C_4H_{10}) به عنوان گاز فندک استفاده می‌شود.

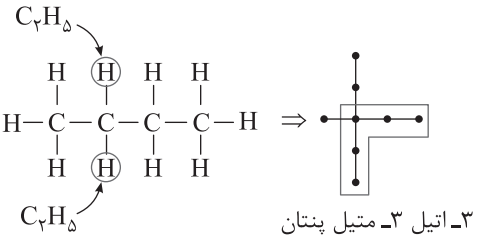
ب) درست، تفاوت جرم مولی بوتان و بنزن (C_6H_6) $\frac{1}{5}$ جرم مولی هپتان (C_7H_{16}) می‌باشد.

$$\begin{cases} C_4H_{10} = 58\,g.mol^{-1} \\ C_6H_6 = 78\,g.mol^{-1} \end{cases} \Rightarrow \text{تفاوت جرم مولی} = 20g$$

$$C_7H_{16} = 100\,g.mol^{-1}$$

پ) درست، نسبت شمار اتم‌های C به H در C_6H_6 و C_2H_2 یکسان است.

ت) نادرست



(شیمی یازدهم، صفحه‌های ۳۴، ۳۷ و ۴۳)

۸۹. گزینه ۴ صحیح است.

پایداری الماس از پایداری گرافیت کمتر است.

بررسی عبارت‌های درست:

۱) هر چه دمای ماده بالاتر باشد، میانگین تندی و میانگین انرژی جنبشی ذرات سازندهٔ آن بیشتر است.

۲) بیان دما توصیف یک ویژگی از ماده است. گرما از ویژگی‌های یک نمونه ماده نیست و نباید برای توصیف آن به کار رود.

۳) زیرا دمای مواد واکنش‌دهنده پیش از آغاز واکنش با دمای مواد فراورده پس از پایان واکنش برابر است. $(\Delta\theta = 0)$

(شیمی یازدهم، صفحه‌های ۵۶ تا ۵۸، ۶۲ و ۶۳)

۹۰. گزینه ۲ صحیح است.

با توجه به آنکه شیمی‌دان‌ها به کار بردن آنتالپی‌های پیوند را برای تعیین ΔH واکنش‌هایی مناسب می‌دانند که همهٔ مواد شرکت‌کننده در آنها به حالت گازند، می‌توان نوشت:

$$۲H_۲(g) + O_۲(g) \rightarrow ۲H_۲O(g), \Delta H = -۵۷۲ + (۲\times ۴۴) = -۴۸۴kJ$$

$$\Delta H_{(\text{واکنش})} = \left[\begin{array}{c}\text{مجموع آنتالپی پیوندها}\\ \text{در مواد فراورده}\end{array}\right] - \left[\begin{array}{c}\text{مجموع آنتالپی پیوندها}\\ \text{در مواد واکنش‌دهنده}\end{array}\right]$$

$$-۴۸۴ = [۲H-H + O=O] - [۴\times ۴۶۳]$$

$$\Rightarrow [۲H-H + O=O] = ۱۳۶۸\,kJ$$

$$?kJ = ۲/۴mol \times \frac{۱۳۶۸\,kJ}{۳mol} = ۱۰۹۴/۴kJ$$

(شیمی یازدهم، صفحه‌های ۶۷ تا ۷۰)

۹۱. گزینه ۱ صحیح است.

برای محاسبهٔ ΔH واکنش داده شده به کمک قانون هس: واکنش (I) در ۲ ضرب و واکنش (II) وارونه شود.

$$\Delta H_{\text{کل}} = (-۲۸۳\times ۲) + (-۱۸۱) = -۷۴۷kJ$$

گونهٔ رادیکال در واکنش مورد نظر NO می‌باشد.

$$?kJ = ۸۴g\,NO \times \frac{۱mol\,NO}{۳۰g\,NO} \times \frac{۷۴۷kJ}{۲mol\,NO} = ۱۰۴۵/۸\,kJ$$

(شیمی یازدهم، صفحه‌های ۷۴ تا ۷۷ و ۹۱)

۹۲. گزینه ۴ صحیح است.

با توجه به تغییرات مول a، b و c معادلهٔ نمادی این واکنش به صورت زیر است:

$$c + ۲b \rightarrow ۲a$$

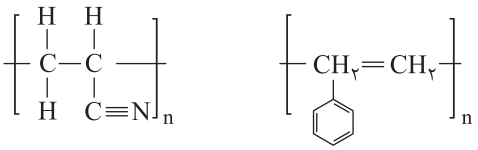
$$R_{\text{واکنش}} = \frac{\bar{R}_a}{۲} = \frac{\bar{R}_b}{۲} = \frac{\bar{R}_c}{۱} \text{ یا } R_{\text{واکنش}} = \frac{\Delta n_a}{۲\Delta t} = \frac{-\Delta n_b}{۲\Delta t} = \frac{-\Delta n_c}{\Delta t}$$

(شیمی یازدهم، صفحه‌های ۸۸، ۸۹، ۹۲ و ۹۳)

۹۳. گزینه ۲ صحیح است.

آ) درست، حدود نیمی از لباس‌های تولیدی در جهان از پنبه تهیه می‌شود.

ب) نادرست، در ساختار واحد تکرارشونده پلی سیانواتن پیوند دوگانه وجود ندارد:



پ) نادرست، هرگاه مولکول‌های اتن در شرایط معین پشت سر هم به یکدیگر متصل شوند، زنجیرهای بلند و بدون شاخه (پلی‌اتن سنگین) ایجاد می‌شود.

ت) درست، نخستین عضو خانواده استرها، متیل متانوآت $(HCOOCH_۳)$ یا $C_۲H_۴O_۲$ می‌باشد و فرمول مولکولی آن با فرمول مولکولی استیک اسید (اتانوییک اسید $CH_۳COOH$) یکسان است.

(شیمی یازدهم، صفحه‌های ۱۰۲، ۱۰۶، ۱۰۸، ۱۱۰ و ۱۱۱)

۹۴. گزینه ۲ صحیح است.

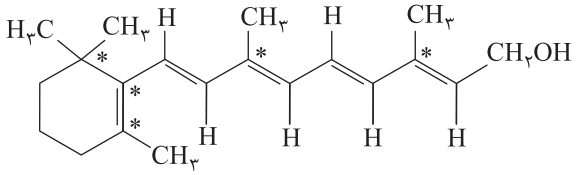
به دلیل وجود ۵ پیوند $C=C$، هر مول از این ترکیب در شرایط مناسب با ۵ مول گاز $H_۲$ واکنش داده و به یک ترکیب حلقوی سیرشده تبدیل می‌شود!

بررسی عبارت‌های درست:

۱) فرمول مولکولی آن $C_{۲۰}H_{۳۰}O$ می‌باشد.

۳) گروه OH در آن بخش قطبی مولکول را تشکیل می‌دهد و بخش ناقطبی آن (زنجیر هیدروکربنی) بر بخش قطبی غلبه دارد.

۴) عدد اکسایش اتم‌های کربن ستاره‌دار برابر صفر است.



(شیمی یازدهم، صفحهٔ ۱۱۳)

۹۵. گزینه ۳ صحیح است.

آ) درست

$$CO(NH_۲)_۲ = ۶۰g.mol^{-۱}$$

$$CH_۳COOH = ۶۰g.mol^{-۱}\ ,\ CO_۳^{۲-} = ۶۰g.mol^{-۱}$$

ب) نادرست، برای این منظور به صابون‌ها ترکیبات کلردار اضافه می‌کنند.

پ) درست، با توجه به ضریب استوکیومتری و مول اسید و یک عاملی بودن $NaCl$ و $NaOH$ مقدار ۰/۰۸ مول HCl با ۰/۰۸ مول $NaOH$ خنثی می‌شود.

$$n_{HCl} = ۰/۴\times ۰/۲ = ۰/۰۸\,mol\,HCl$$

$$NaOH + HCl \rightarrow NaCl + H_۲O$$

ت) نادرست، از مخلوط پودر Al و سدیم هیدروکسید برای این منظور استفاده می‌شود.

ث) نادرست، استیک اسید الکترولیت محسوب می‌شود!

(شیمی دوازدهم، صفحه‌های ۵، ۱۲، ۱۳ و ۳۰)

۹۶. گزینه ۱ صحیح است.

$$\text{درصد جرمی} = \frac{\text{جرم حل‌شونده}}{\text{جرم محلول}} \times ۱۰۰$$

$$\Rightarrow ۲۰ = \frac{x}{۱۰۰ \times ۱/۲} \times ۱۰۰ \Rightarrow x = ۲۴\,g\,NaOH$$

$$?\,mol\,NaOH = ۲۴\,g\,NaOH \times \frac{۱\,mol\,NaOH}{۴۰\,g\,NaOH} = ۰/۶\,mol\,NaOH$$

$$[OH^-] = [Na^+] = \frac{n}{V} = \frac{۰/۶\,mol}{۳\,L} = ۲ \times ۱۰^{-۱}\,mol.L^{-۱}$$

$$[H_۳O^+][OH^-] = ۱ \times ۱۰^{-۱۴} \Rightarrow [H_۳O^+] \times ۲ \times ۱۰^{-۱} = ۱ \times ۱۰^{-۱۴}$$

$$\Rightarrow [H_۳O^+] = ۵ \times ۱۰^{-۱۴}\ ,\ pH = -\log(۵ \times ۱۰^{-۱۴}) = ۱۳/۳$$

با توجه به یکسان بودن غلظت Na^+ و OH^- می‌توان نوشت:

$$\frac{[Na^+]}{[H_۳O^+]} = \frac{۲ \times ۱۰^{-۱}}{۵ \times ۱۰^{-۱۴}} = ۴ \times ۱۰^{۱۲}$$

(شیمی دوازدهم، صفحه‌های ۲۵، ۲۶، ۲۸ و ۲۹)

۹۷. گزینه ۲ صحیح است.

این محلول یک باز ضعیف می‌باشد. فورمیک اسید (HCOOH) یک اسید ضعیف بوده و کاغذ pH را به رنگ قرمز درمی‌آورد.

بررسی عبارت‌های درست:

۱) نوع عنصرهای سازندهٔ جوش شیرین ($NaHCO_۳$) با صابون جامد ($RCOONa$) یکسان است.

۳) پتاس سوزآور (KOH) و سود سوزآور (NaOH) بازهایی قوی بوده و خورنده هستند.

(شیمی دوازدهم، صفحه‌های ۳۰ تا ۳۳)

۹۸. گزینه ۲ صحیح است.

در تمام سلول‌های الکتروشیمیایی (گالوانی، الکترولیتی) جهت حرکت الکترون‌ها در مدار بیرونی از آند به کاتد است.

بررسی عبارت‌های درست:

۱) زیرا قدرت کاهندگی Zn از Fe بیشتر است.

۳) هرگاه SHE آند یا کاتد سلول گالوانی قرار گیرد، تیغهٔ فلزی Pt آن تغییر جرمی نخواهد داشت.

۴) نیم‌واکنش آندی سلول سوختی هیدروژن ـ اکسیژن به صورت $H_۲(g) \rightarrow ۲H^+(aq) + ۲e^-$ می‌باشد. در سلول گالوانی $Zn - SHE$، SHE کاتد می‌باشد!

(شیمی دوازدهم، صفحه‌های ۴۴ تا ۴۷، ۵۰ و ۵۱)

۹۹. گزینه ۳ صحیح است.

$$\overset{+۴}{۳MnO_۲} + ۴H^+ + ۲NO \rightarrow \overset{+۲}{۳Mn^{۲+}} + ۲H_۲O + \overset{+۵}{۲NO_۳^-}$$

(۲ ↓ : $+۴ \rightarrow +۲$ ، ۳ ↑ : $+۲ \rightarrow +۵$)

به ازای مصرف ۴ مول یون H^+ مقدار ۶ مول الکترون مبادله شده است.

$$?\,mol\,e^- = ۳/۰۱ \times ۱۰^{۲۴}\,H^+ \times \frac{۱\,mol\,H^+}{۶/۰۲ \times ۱۰^{۲۳}\,H^+} \times \frac{۶\,mol\,e^-}{۴\,mol\,H^+}$$

$$= ۷/۵\,mol\,e^-$$

گونهٔ اکسنده $MnO_۲$ و گونهٔ کاهنده NO می‌باشد. عدد اکسایش C در $CO_۳^{۲-}$ برابر ۴+ می‌باشد.

$$۴ + ۴ = ۸$$

(شیمی دوازدهم، صفحه‌های ۴۲، ۵۲ و ۵۳)

۱۰۰. گزینه ۲ صحیح است.

آ) نادرست، با توجه به واکنش برقکافت آب، حجم گاز تولید شده در آند (اکسیژن) نصف حجم گاز تولید شده در کاتد (هیدروژن) است.

$$۲H_۲O \rightarrow ۲H_۲(g) + O_۲(g)$$

ب) درست

$$MgCl_۲(l) \rightarrow Mg(l) + Cl_۲(g)$$

چگالی منیزیم مذاب از چگالی منیزیم کلرید مذاب کمتر است.

پ) درست، قدرت کاهندگی $Zn > Fe > Sn$ می‌باشد. در این شرایط در آهن گالوانیزه Zn و در حلبی Fe اکسایش می‌یابد.

ت) درست

(شیمی دوازدهم، صفحه‌های ۵۴، ۵۶، ۵۹ و ۶۰)

۱۰۱. گزینه ۴ صحیح است.

در این واکنش یون هالید (I^-) اکسایش یافته و گونهٔ کاهنده محسوب می‌شود.

بررسی عبارت‌های درست:

۱) در آبکاری نقره قاشق فولادی به قطب منفی (کاتد) دستگاه متصل است. آند میله‌ای از جنس نقره و الکترولیت آن محلول نقره نیترات می‌باشد.

۲) فرایند هال مربوط به تولید فلز آلومینیم است و جنس آند و کاتد در سلول آن از گرافیت است.

۳) اکسنده‌ترین عنصر جدول دوره‌ای، فلوئور می‌باشد، فلوئور حتی در دمای $-۲۰۰^\circ C$ با گاز $H_۲$ واکنش می‌دهد.

(شیمی دوازدهم، صفحه‌های ۶۰، ۶۱ و ۶۳)

۱۰۲. گزینه ۴ صحیح است.

آ) درست

ب) نادرست، مولکول اتین (استیلن) یک مولکول ۴ اتمی خطی می‌باشد.

$$H - C \equiv C - H$$

پ) نادرست، در بین این یون‌ها کمترین چگالی بار مربوط به یون Cl^- می‌باشد.

ت) درست

(شیمی دوازدهم، صفحه‌های ۷۲، ۷۶، ۷۷، ۸۰، ۸۱ و ۸۴)

۱۰۳. گزینه ۲ صحیح است.

نماد شیمیایی فلز رودیم، Rh می‌باشد!

بررسی عبارت‌های درست:

۱) به همین دلیل انرژی فعال‌سازی واکنش فسفر سفید با اکسیژن، در دمای اتاق تأمین شده و خودبه‌خود در هوا آتش می‌گیرد.

۳) کاتالیزگر با کاهش انرژی فعال‌سازی واکنش، سرعت واکنش را افزایش می‌دهد.

۴) N_2 ترکیب محسوب نمی‌شود!

$$NO + NO_2 + 2NH_3 \rightarrow 2N_2 + 3H_2O$$

(شیمی دوازدهم، صفحه‌های ۹۸، ۹۹، ۱۰۱ و ۱۰۲)

۱۰۴. گزینه ۴ صحیح است.

	N_2	+	$3H_2$	$\rightleftharpoons$	$2NH_3$
مول اولیه	۸		۱۴		۰
تغییر مول	$-x$		$-3x$		$+2x$
مول‌های تعادلی	$8-x$		$14-3x$		$2x$

$$8 - x + 14 - 3x = 6 \Rightarrow x = 4\,mol$$

بنابراین غلظت‌های تعادلی N_2، H_2 و NH_3 به ترتیب ۲، ۱ و ۴ مول بر لیتر خواهد بود.

$$K = \frac{[NH_3]^2}{[N_2][H_2]^3} \Rightarrow K = \frac{4^2}{2 \times 1^3} = 8$$

(شیمی دوازدهم، صفحه‌های ۱۰۳ تا ۱۰۵)

۱۰۵. گزینه ۳ صحیح است.

a) پارازایلن C_8H_{10}، $a = 8$

b) واحد تکرارشوندهٔ PET

$$b = 8 \text{، } \left[C_6H_4(COO)_2CH_2CH_2O \right]_n$$

c) ترفتالیک اسید $C_8H_6O_4$، $c = 4$

$$a + b + c = 8 + 8 + 4 = 20$$

(شیمی دوازدهم، صفحه‌های ۱۱۵ تا ۱۱۷)